

$$\div \frac{2}{3} n_0 R \theta^3 = \lambda \left(N - \frac{1}{4} \right) \quad (3)$$

ここで、 θ : 曲率中心 O を中心とする動径が垂線 OH_1 となす角、 θ : 光の経路の半周期が O に対して張る角、 $N=1, 2, \dots$, である。モードの実効屈折率は、経路の最深点 F_1 におけるガラスの屈折率に等しい。 θ と φ とは余角の関係にある。

仮に、表面に沿って伝ばするモードがあると、それは $\theta=0$ で表される。これは (3) 式には含まれないから、表面を伝わるモードはない。しかし、実在するモードの光の経路を知れば、その外そうから、表面を伝わる仮想的な光の経路を知ることができる。

光は射出プリズムに達するまでに多数回の全反射を繰り返すので、モードは厳しく選択され、実験的に形成される輝線は、(3) 式で条件付けられた 2 光束の干渉によるしまよりも、はるかに鋭い。

N に対応して、

$$\theta_N = \sqrt[3]{\frac{3\lambda}{2n_0R} \left(N - \frac{1}{4} \right)} \quad (4)$$

が決まる。 N_{max} は、 F_1 の深さが x_s を超えない、あるいは F_1 の屈折率が n_s を下らない、という条件から

$$N_{max} \leq \frac{3.7 n_0^{1/2} (n_0 - n_s)^{1/2} \frac{x_s}{\lambda} + \frac{1}{2}}{2} \quad (5)$$

である。 x_s が大きいと N_{max} が大きく、多数のモードが存在する。 $n_0 - n_s = 0.01$ の場合、 $x_s < 1 \mu\text{m}$ だと N_{max} が 1 に達せず、伝ばモードが存在し得ない。

6. 表面応力、応力層厚さの計算法

射出プリズム内及びそれ以後の光の経路を調べる。表面層内を伝わって来た光が屈折して射出される角度は、実効屈折率に等しい屈折率を持つ媒質が射出プリズムに接していた時の、臨界屈折光のそれに等しい。

図 4 のように記号をつけ、

$$\psi^*, \psi' \ll 1, \quad \psi \cong \xi \cong 60^\circ$$

という近似を使うと、

$$\sin \psi = \frac{1.55}{1.75} \cos \theta_N \div 0.886 \left(1 - \frac{\theta_N^2}{2} \right)$$

及び、

$$\frac{d\psi^*}{d \sin \psi} = \frac{d\psi^*}{d\psi'} \cdot \frac{d\psi'}{d\psi} \cdot \frac{d\psi}{d \sin \psi} = 3.5 \quad (6)$$

である。 ψ^* の差 $d\psi^*$ は、接眼測微計内の輝線の位置の差、 D を生じ、

$$D = f \cdot d\psi^*$$

f : 対物レンズの焦点距離、という関係がある。 θ_N に対応して作られる輝線列の配列は、次の級数、

$$M = \left(\frac{3}{4} \right)^{2/3}, \left(1 \frac{3}{4} \right)^{2/3}, \left(2 \frac{3}{4} \right)^{2/3} \quad (7)$$

と直線関係にある。仮想的な表面伝ば光が作る輝線の位置は $M=0$ に対応し、 $N=1$ 及び 2 の輝線間の距離の

1.4 倍だけ、 $N=1$ の輝線から、 $N=2$ の輝線とは逆の方向に、離れている。この位置については、次の関係が成り立つ。

$$\sin \psi = \frac{n_0}{1.75}, \quad \frac{dn_0}{d\psi^*} \div 0.50$$

また輝線列の N_{max} 側の限界については、

$$\sin \psi = \frac{n_s}{1.75}$$

が成り立つ。したがって輝線の配列を偏光板を通して観察すると、二つの偏光について、 $\alpha, R, x_s, n_0 - n_s$, 及び n_0 の差などの量を、すべて簡単に推算できる。例えば、 $f=40 \text{ cm}$ の場合、ガラスの光弾性定数 $C=2.8 \text{ (nm/cm)/(kg/cm}^2)$, $\lambda=0.59 \mu\text{m}$ であれば、

輝線の位置の差 1 mm \rightarrow 複屈折 0.00125

\rightarrow 応力 43 kg/mm² (比例関係)

と対応する。また輝線数 N_{max} を数え、(5) 式、図 5 を使って x_s が求められる。

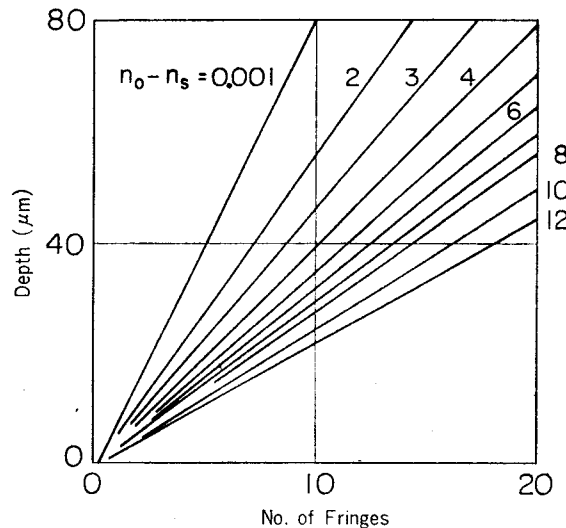


Fig. 5. Compression layer thickness as a function of the number of fringes and $(n_0 - n_s)$.

7. 観察結果

3 種類の条件で強化したガラス試料 T-1, 2, 3 の薄片光弾性写真を図 3 に、輝線図形を図 6 に掲げる。これらから得られた結果を表 1 に比較した。

市販の光学ガラス BK-7 を、350 $^\circ$ ~450 $^\circ$ C で 16 時間処理し、観察した (図 7, 8)。この結果を処理温度の関

Table 1. Surface compression and compression layer thickness by thin section photoelasticity and by waveguide method.

Sample	Surface compression (kg/mm ²)		Thickness (μm)	
	Thin section	Waveguide	Thin section	Waveguide
T-1	52	91	24	19
T-2	48	90	46	35
T-3	45	65	65	68

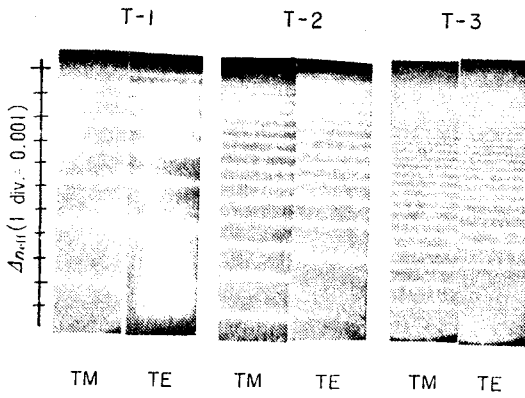


Fig. 6. Distribution of effective indices for TM and TE mode in three samples shown in Fig. 3.

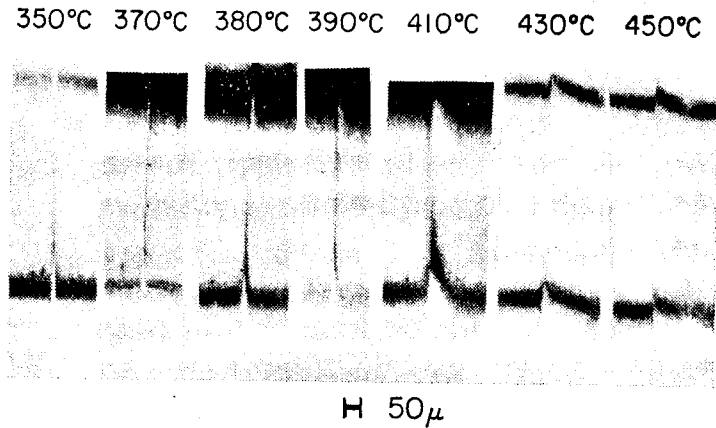


Fig. 8. Thin section photoelasticity on samples indicated in Fig. 7. Thickness of the sections : 0.18 mm.

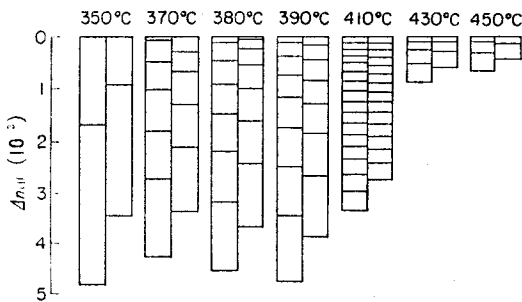


Fig. 7. Distribution of effective indices in BK-7 optical glass heat-treated in salt bath for 16 h at temperatures indicated.

数として整理して、図9を得た。図6の左方は、実効屈折率 n_{eff} の差 Δn_{eff} を示す尺度である。

8. 計算, 測定の精度の検討

前に記したように、モードの n_{eff} 算出にはいくつかの方法がある。Marcuse¹⁶⁾ Tienら¹⁷⁾、がその事情を述べている。

8.1 H-B 法と K 法の比較

(2) 式を 5.3 節, 仮定 (A) を使って計算すると、対数関数を含む複雑な式になる。しかし θ の多項式に展開すると、 $(2/3)n_0R\theta^3$ にたかだか θ^5 のオーダーの微小項が加わったものになるので、K 法による (3) 式が H-B 法の非常に良い近似式でもあることが分った。

8.2 W-K-B 法との比較

Stewart らは、4 種類の屈折率分布 (図 10 (a)) について、W-K-B 法で n_{eff} を求めた (図 10 (b))¹⁸⁾。この図には、直線的分布の場合の K 法による結果も記した。一致は完全ではないが、かなり良い。

8.3 屈折率分布の影響

直線的、誤差関数的及び 2 次多項式分布は表面付近ではたがいに似ている。そのために、次のような類似性もある。

(A) N が小さい部分での n_{eff} の分布が似ている。

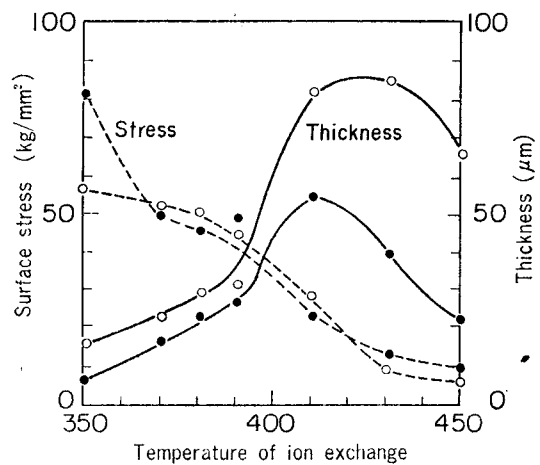


Fig. 9. Surface stress and compression layer thickness as functions of temperature of heat-treatment. ○ : Thin section photoelasticity, ● : Waveguide method.

$$(B) \quad n_0 \doteq n_{eff(N=1)} + 1.4 \{n_{eff(N=1)} - n_{eff(N=2)}\} \quad (8)$$

が成り立つ。

(C) x_s/N_{max} の比 (図 10 (b)) は、K 法によるものが他の方法によるものの間にある。

したがって屈折率分布未知の試料に K 法を適用して x_s 、表面応力を求めると、その誤差はやむを得ない範囲内の最小限度に抑えられる。

カリイオンの熱拡散では、表面付近での屈折率こう配はその内部よりも緩くなっていると予想される。したがって (8) 式は、系統的に高すぎる n_0 と表面応力を与えるであろう。係数 1.4 をもっと小さい適当な値に換えると、この誤差が減る。著者は、 $\phi_2=0$ として得られる 0.9 を使うことを提案したい。

8.4 ϕ_1 の値

蜃気楼的光経路が表面で全反射する時に生ずる位相差、 ϕ_1 は、厳密には $\pi (=180^\circ)$ ではない。これを、表面近くを伝わるモードについて概算する¹⁹⁾。

カリイオンで交換して、 $n_0 - n_s \doteq 0.01$, $x_s = 20 \mu m$,

$\alpha=0.0005 \mu\text{m}^{-1}$, $R=3000 \mu\text{m}$, $\theta=0.022$ ラジアン, となっていると, $\phi_1 \approx 178^\circ$ であり, 2種類の偏光の間での差は 1.5° にすぎなかった.

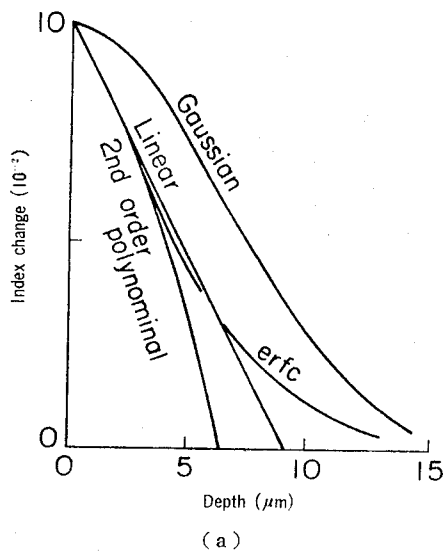
W-K-B 法でも同様な計算式があり, それによると ϕ_1 は 180° とはもっと離れるが, 二つの偏光の間での差は 0.5° しかなかった.

このように, 二つの偏光の間でのモード形成条件の違いは非常に小さいから, n_{eff} の分布に差があれば, その原因は応力複屈折だと考えてよい. Jaussaud らは, マクスウェルの式を解く方法で同じ結論を得た¹⁰⁾.

8.5 光ウェーブガイド法の限界

以上の考察と実際の経験とから, この方法の限界と思われる点を列挙する.

(A) 表面よりも内部に入った所に屈折率や応力の極大があると, x_s と表面応力が過小に計算される. 図 8 では, 高温処理側にこの効果が現れた. このような場合, n_{eff} の高いモードのしみが薄れるので, この効果があることを判定できる.



(B) x_s がモード 2 個を形成できるほど深くないと, 表面応力が求められない. しかし, 定性的判断はできる.

(C) モードの立ち方は, 厚さ $2 \mu\text{m}$ 以下の層内での屈折率分布の異常に対しては鈍感である. 表面に薄い応力緩和層があっても検出しにくい.

このような欠点はあるが, 実用的条件で強化されたガラスでは, いずれも問題にならない. 薄片法による値とは系統的な差がある (表 1) が, 表面応力に関しては, 光ウェーブガイド法の方が正しいと考えられる.

n_{eff} の分布から試行錯誤法で屈折率分布を求めること, その場合に W-K-B 法を用いることは可能であり, そうすれば精度は非常に向上するであろう. しかしそれには多量の計算が必要¹⁰⁾なので, 工程管理用としての実用性はない.

9. 結 言

この方法は, 非破壊的であり, 観測値から簡単な四則演算あるいは計算図表 (図 5) との照合だけで表面応力と応力層厚さが求まるので, 工程管理用に適している. また, 接眼測微計をのぞき込むだけで, 概略の値は判断できる. そのほか n_0-n_s や, ガラスによる n_0-n_s , n_s の差も分るので, 工程内でのロット混乱も検出できる. 原理的には曲面ガラスにも適用できる²⁰⁾. 本方法の一層の活用をお願いする.

謝 辞 光ウェーブガイド効果について御教示くださった日本電気 (株) 中央研究所 斎藤富士郎, 近藤充和両氏に謝意を表します. 装置の製品化は第二精工舎 鹿島幸太郎氏が推進され, また東芝硝子 (株) の方々, エタックエンジニアリング (株) 千野哲夫氏, 折原製作所 折原誠三氏が努力されたことを記し, 謝意を表します.

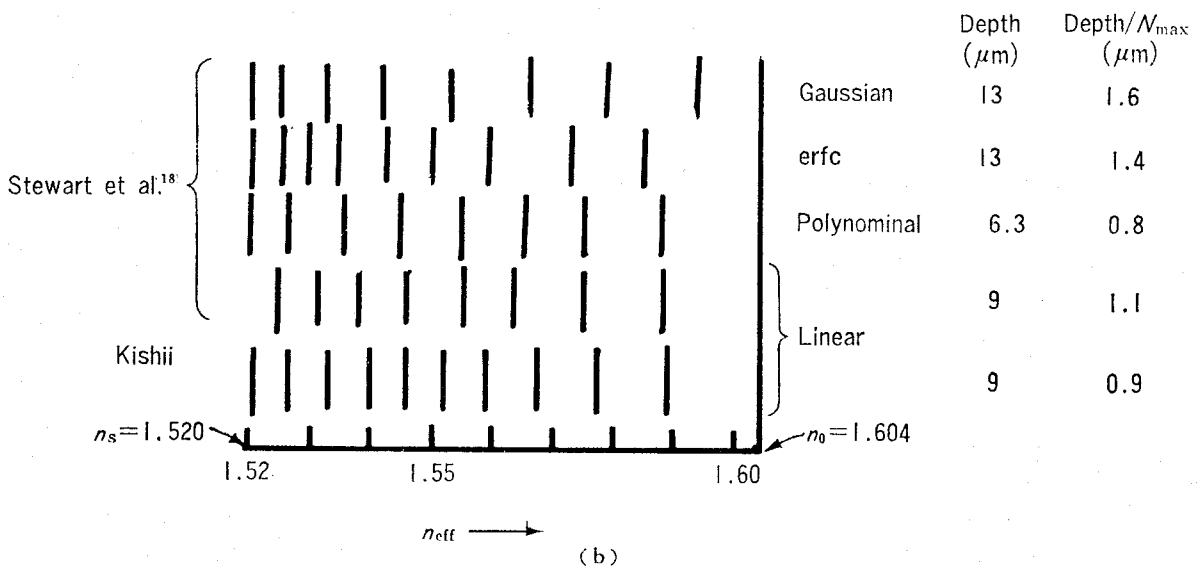


Fig. 10. Comparison of effective index distribution for various refractive index profiles. (a) index profiles, (b) calculated effective indices.

文 献

- 1) M.E. Nordberg, E.L. Mochel, H.M. Garfinkel and J.S. Olcott, *J. Am. Ceram. Soc.*, **47**, 215 (1964).
- 2) 北野一郎, 窯協, **80**, 173 (1972).
- 3) 原 守久, 旭硝子研究報告, **21**, 19 (1971).
- 4) H. Osterberg and L.W. Smith, *J. Opt. Soc. Am.*, **54**, 1073, 1078 (1964).
- 5) W.G. French and A.D. Pearson, *Am. Ceram. Soc. Bull.*, **49**, 974 (1970).
- 6) M. Kondo, Y. Ohta, F. Saito, H. Sakai, N. Chubachi and K. Koizumi, *Electronics Letters*, **10**, 549 (1974).
- 7) 浅川 潔, 近藤充和, 太田義徳, 斎藤富士郎, 山崎哲也, 昭和 50 年春季応用物理学学会講演会予稿集, p. 286.
- 8) 小泉 健, 昭和 48 年電気四学会連合大会予稿, p. 806.
- 9) T.G. Giallorenzi, E.J. West, R. Kirk, R. Ginther and R.A. Andrews, *Appl. Opt.*, **12**, 1240 (1973).
- 10) P.C. Jaussaud and G.H. Chartier, *J. Phys. D, Appl. Phys.*, **10**, 645 (1977).
- 11) 岸井 貫, 昭和 51 年窯協年会.
- 12) 岸井 貫, 昭和 51 年応用力学連合講演会予稿, C 126.
- 13) 岸井 貫, 昭和 52 年窯協年会.
- 14) 東芝硝子事業部, セラミックス, **12**, 1033 (1977).
- 15) G.B. Hocker and W.K. Burns, *IEEEJ Quantum Electronics*, **QE-11** 270 (1975).
- 16) D. Marcuse, *IEEEJ Quantum Electronics*, **QE-9**, 1000 (1973).
- 17) P.K. Tien, S. Riva-San severino, R. Martin, A.A. Ballman and H. Brown, *Appl. Phys. Letters*, **24**, 503 (1974).
- 18) G. Stewart, A. Miller, P.J.R. Laybourn, C.D.W. Wilkinson and R.M. DeLaRue, *IEEEJ Quantum Electronics*, **QE-13**, 192 (1977).
- 19) M. Born, E. Wolf, "Principle of Optics" Pergamon Press (1959) p. 40 の (60) 式による.
- 20) 岸井 貫, 窯協, **86**, 336 (1978).