

# 口部を熱強化したガラス

## コップの応力分布測定

千葉工業大学教授 岸井 賢

### I はしがき

ガラス製コップの破損を防ぐために口の部分を熱強化することは、しばしば行われる技術である。口付近を重点的に強化するだけで、コップは実用上飛躍的に強くなる。強化処理では、その部分の内外表面ともに圧縮応力が作り込まれていることが大切である。もしも引張り応力の部分が表面に露出していると、工程—保管—使用のどこかの段階でその部分が破壊の開始点になり、普通はリング形の切片が切り放される形で破損する。

熱強化処理は加熱と冷風吹き付けを含むので、常に一定の結果を得られるとは限らない。

工程管理では口部の応力の分布を見落とすことなく迅速に検査する必要がある。

本稿には筆者が考案した観察・検査の方法を記す。

### II 「コーニング法」

Ritland (当時米国コーニング・グラス社) は管形のガラス製品を、屈折率の等しい液を入れたガラス槽に浸して光の屈折と表面反射を防いだ上で、管壁に対して切線方向に偏光を通して光弾性的観察をし、管壁内の応力分布を推測する方法を報告した<sup>1)</sup> (図1)。これ

は優れた方法であったが、観察結果から応力分布を求める過程が一般に理解され難くて、広く普及はしなかったように思われる。

本稿の方法では、この部分にコンピュータ・シミュレーションを導入して、解り易く簡単に結果を得ている。

### III 応力分布と「光路差曲線」

管壁を直線偏光が切線方向に進んで通り抜ける。経路の各点には軸方向・半径方向・切線方向に三つの主応力が存在する。これらの

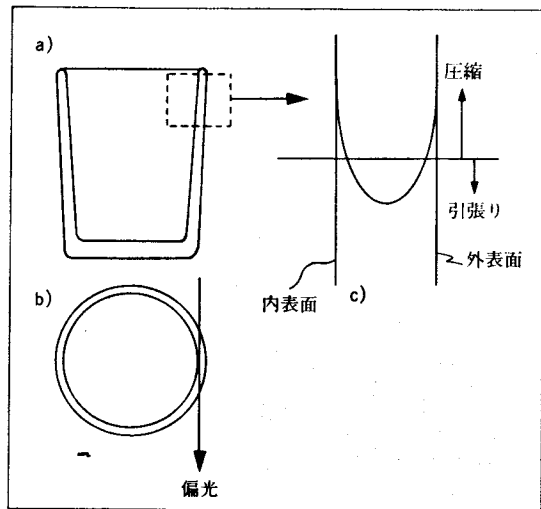


図1 測定法と応力分布の説明

- a) コップの縦断面 b) コップの横断面  
c) コップ壁厚さ内の応力分布

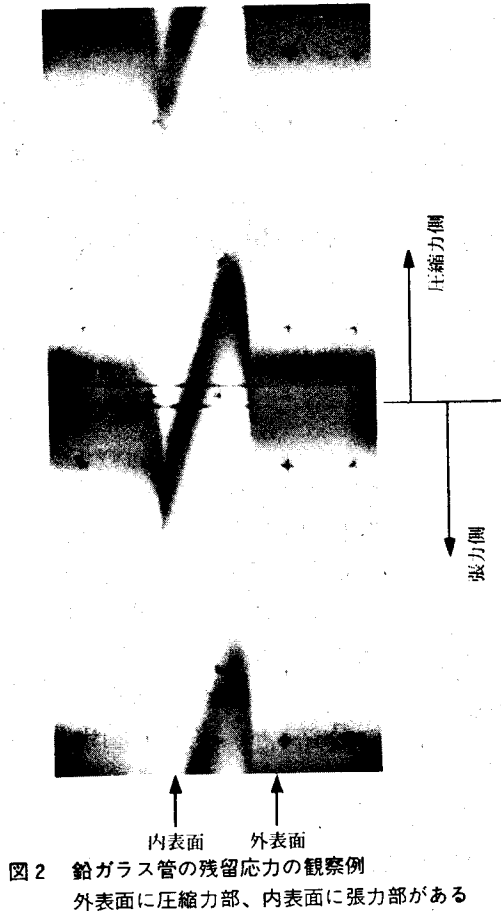


図2 鉛ガラス管の残留応力の観察例  
外表面に圧縮力部、内表面に張力部がある

応力は通り抜ける光に対し光弾性効果を及ぼし、「光路差」<sup>2)</sup>を発生させる。管壁を通過し終わった光には、(応力×光弾性常数)を光の経路に沿って積分して得られるだけの光路差が発生している。

光路差はひずみ検査器・各種補整器(コンペンセーター)類・光弾性装置を使って観察できる。水晶楔を組み込んだバビネ補整器を使って鉛ガラス管(強化されていない)の残留ひずみを観察すると、図2に例示したように見える。また光路差を管壁の厚さの中で場所の関数として測り、グラフに描くことができるので、これを「光路差曲線」と呼んでおく。

図2に例示したようなバビネ補整器の視野

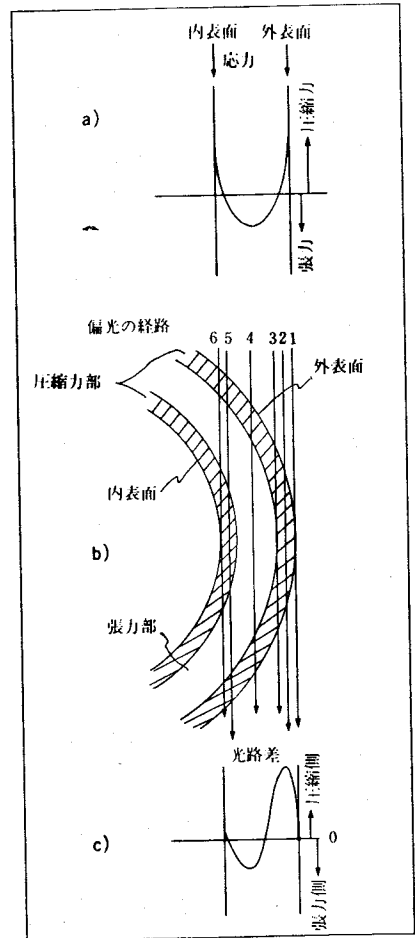


図3 応力分布と光路差曲線の対応の説明図内外両表面に圧縮力部がある場合  
a) 壁厚さ内の応力分布 b) 偏光の経路  
c) 光路差曲線

の曲線は、光路差曲線のおおよその形を表している。

光路差曲線には応力分布と光の経路長さがたたみ込まれている。たたみ込みをほどいて応力分布だけを取り出すことが最終目的であるが、これは一般には解析的にはできない。

#### IV 光路差曲線の定性的解釈

偏光の経路が図3<sup>b)</sup>の経路1のような管壁外側から経路6のように内表面側へ移るのに伴い、光路差が次のように変わる：

経路1はガラス壁中での長さが零、光路差も零、

経路1→経路2の変化では、圧縮応力が強い部分で経路長さが急増し、光路差も圧縮側へ急激に立ち上がる、

経路3→経路4の変化では圧縮力層内の長さ変化は少ないが、他方で張力層内の長さが急増するから、光路差は張力側へ向け変化する。

同様な理由で、経路5→経路6の変化では光路差は圧縮力側へ向かう。

## V 光路差曲線のシミュレーション

### 5.1 計算の前提

観察結果をシミュレーションするための計算に次の仮定を置く：

- A. 観察される光弾性効果は軸方向応力によるものである（半径方向・切線方向の応力が及ぼす効果は、光の経路に沿って積分されると零になる。これは軸方向に長い弾性体で一般に成立する事である。また壁の中では半径方向応力の絶対値が小さい）。
- B. 管壁内の軸方向応力の分布は、管軸に平行な軸を持つ放物線形である（熱伝導論から導かれる近似則）。
- C. 上記の放物線の軸は管壁の厚さ内にある。内外壁のうち冷却が弱かった方の近くにある（軸が管壁外へ出るの一方の面から加熱、他方から冷却された場合であるから、本稿では考えない）。
- D. 壁の厚さ方向に軸方向応力を積分すると零である（近似的な仮定である。零でない部分は実際には必ずみ検査器で応力がある場所として検出される）。

これらの前提のうちのいくつかは、口の

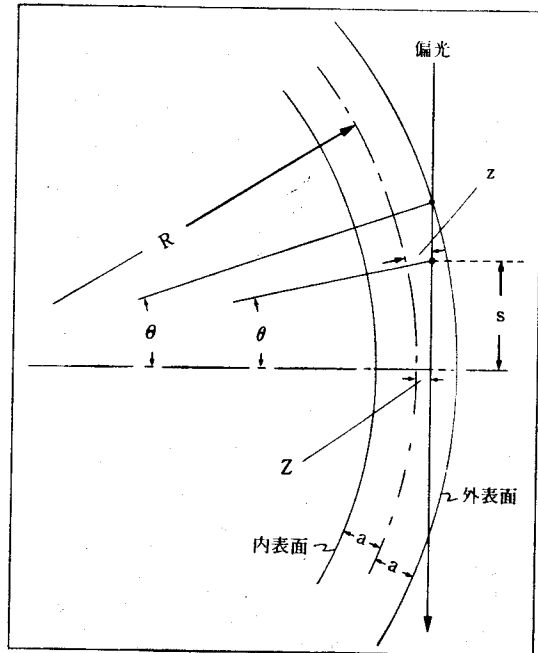


図4 シミュレーションのための定式化過程の説明図（コップ壁の横断面）

上端では成立しない。以下の議論ではこの部分を除外する。

### 5.2 定式化と計算（図4）

ガラス器壁の厚さを  $2 \cdot a$  とする。器壁中央の曲率半径を  $R$  とする。器壁の中央から  $Z$  の距離の経路を通る光について考える。

放物線の軸が器壁中央から  $b \cdot a$  の距離にある ( $-1 < b < +1$ ) とする。

器壁厚さの中央から測った厚さ方向座標を  $x$  とすると、応力の分布は、

$$\text{応力} = A1 \cdot (x - b \cdot a)^2 + C \dots \text{式 (1)}$$

$A1, C$  は定数

厚さ方向の応力の積分が零という条件から

$$C = (-1) \cdot \left(\frac{1}{3} + b^2\right) \cdot A1 \cdot a^2 \dots \text{式 (2)}$$

光の経路が外周と交わる二点が曲率中心に張る角を  $2 \cdot \theta$  とすると

$$\cos \theta = (R + Z) / (R + a) = 1 - (a - Z) / (R + a)$$

$$\theta \approx \sqrt{2 \cdot (a - Z) / (R + a)} \quad (\because \theta \ll 1)$$

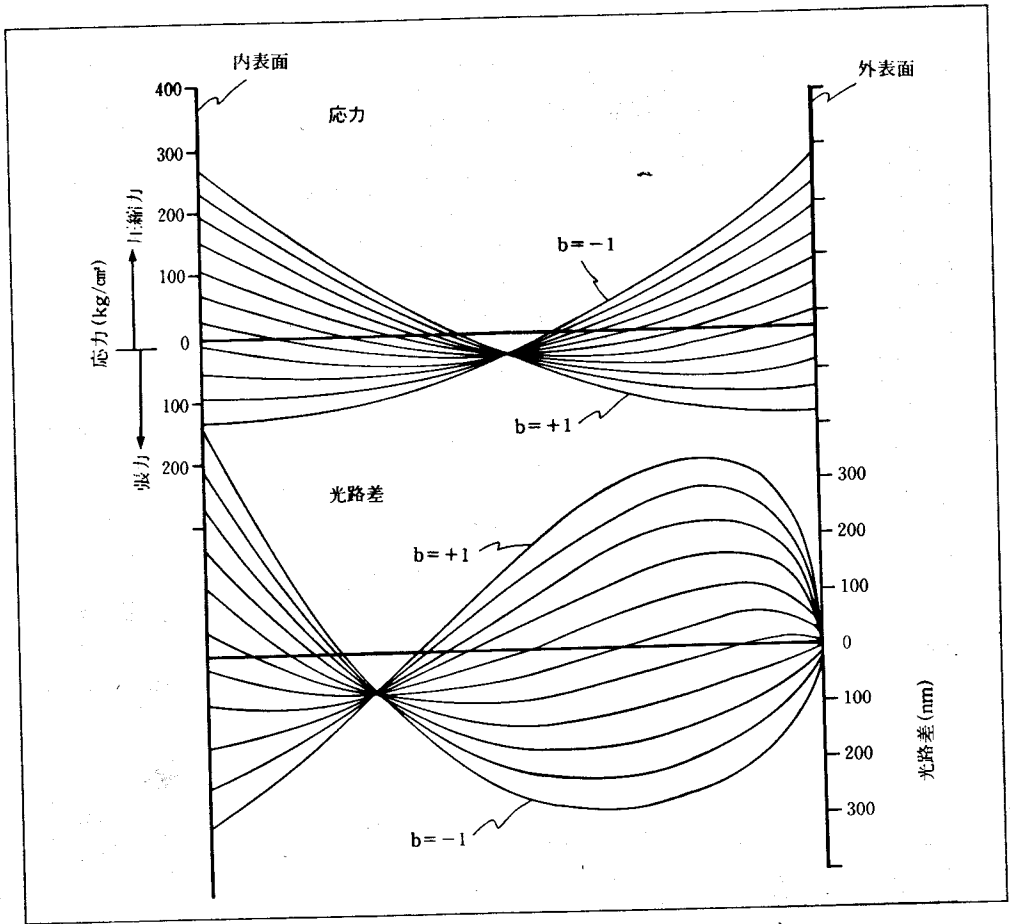


図5 コンピュータ・シミュレーションの例 (R=20mm, a=1mmの場合)  
 a) 壁厚さ内の応力分布曲線のシリーズ b) 応力分布から計算された光路差曲線群

光の経路上で角座標が $\theta$ である点のx座標zは  
 $z = \{ (R+Z) / \cos\theta \} - R \div (1/2) \cdot \theta^2 \cdot (Z+R) + Z$

この点の応力は

$$A1 \cdot (z - b \cdot a)^2 + C \dots \text{式 (3)}$$

光の経路に沿う長さをsとして

$$ds \div R \cdot d\theta$$

と近似する。式(3)をほどいて応力をZと $\theta$ の関数として表現し、 $\theta$ について積分する。すなわち

$$\int_{\theta = -\theta}^{\theta = +\theta} \text{応力}(Z, \theta) \cdot R \cdot d\theta = \text{KRS}(Z)$$

を求める。関数KRS (Z) に光弾性常数を掛けると光路差曲線になる。

三角関数を多項式で近似したため、積分計算は多項式の計算であり、容易にプログラムできる。

放物線の軸が内表面にある場合 (b = -1) から外表面にある場合 (b = +1) までbをパラメーターとし、R=20mm, a=1mmとして計算した応力分布と光路差曲線の群を図5に掲げる。

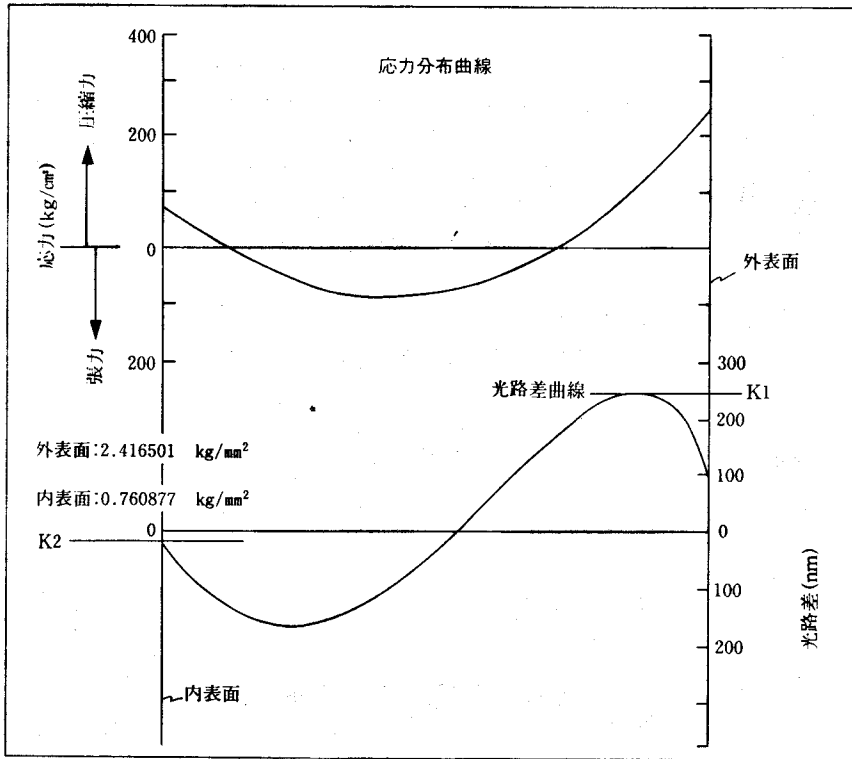


図6 二つの光路差の値K1, K2を選んで得られた応力分布曲線と光路差曲線

## VI 観察と推論

### 6.1 定性的結論

計算結果(図5)を検討すると、光路差曲線の形の観察からすぐに次の結論が得られることがわかる:

1. 器壁の外表面から内部への曲線の立ち上る方向は、外表面の力の性質と対応する。圧縮側へ立ち上るなら外表面の応力は圧縮力である。張力側へ立ち上るなら外表面に張力が露出している。
2. 内表面付近から内表面へ向けての曲線の変化の向きについても同じことが言える。
3. 従って内表面付近に光路差曲線の極値が無い時は、内表面の応力が零に近い張力であるかであり、強化処理時に内表面の冷

却が効かなかったことを示す。

以上の結論を利用すると、内外表面での張力部露出の有無を迅速に判断できる。

一例として図2と図5中の光路差曲線とを対照して、この鉛ガラス管では $b$ が-1に近くて外面に圧縮力、内表面に張力が現れていたことが判明する。

### 6.2 定量的判断

応力分布を定量的に求めるのは次の手順による:

1. 外表面近くの光路差曲線の極値K1と、内表面の値K2を測りそれらの間の比を計算する。
2. 上記の比を図5の光路差曲線群のそれと比べ、該当する $b$ を決める。
3.  $A1 = 1 \text{ kg/mm}^2$ として $b$ を式(1)、(2)に代入し、光路差曲線を計算する。

外表面近くの極値 $K_1$ を求める。

4.  $K_1'$ が実測された $K_1$ に等しくなるように $A_1$ を補整する。
5.  $b$ と最終的に得た $A_1$ とから、壁厚さ方向の応力分布（内外表面での応力値も含まれる）を計算する。

内表面付近に光路差曲線の極値 $K_3$ がある場合には、 $K_1$ と $K_3$ とを測ってほぼ同じ手順に従っても応力分布が得られる。

以上の手続きをすべてコンピュータで実行することができる（図6）。 $R=20\text{mm}$ 、 $a=1\text{mm}$ の場合を例にした。 $K_1$ と $K_2$ をキーボードから入力すると、応力分布と光路差曲線とが描かれ、念のために $K_1$ と $K_2$ の値も光路差曲線に記入される。

## VII むすび

本稿で述べた計算法を使うと、応力分布を仮定して簡単に光路差曲線を計算することができる。これを実測と比較して少しの試行錯誤的計算をすれば応力分布を推定できる。また光路差曲線からの定性的判断だけでも実用上有用な場合が多い。

この方法の開発と装置の製作は石塚硝子㈱の御示唆によったことを記して謝意を表する。

## 文献

- 1) H.N.Ritland J.Amer.Ceram.Soc.  
40 153 (1957)
- 2) 岸井貫 New Glass Technol.  
2 NO.2 44 (昭57)



岸井 貫  
(きしい とおる)

著者紹介

昭和25年3月東京大学理学部物理学科卒業、同年4月東芝入社、硝子技術部（現東芝硝子）、昭和38年8月東芝中央研究所、同総合研究所を経て計測器の販売と開発に従事。昭和58年～平成元年東芝硝子㈱、昭和46年～47年カリフォルニア大学ロサンゼルス校客員研究員、工学博士（東京工業大学）、平成元年度科学技術庁長官賞（光弾性）、現千葉工業大学教授。