

歪検査器の利用技術(V)

「歪」についての一考察

千葉工業大学教授 岸井 貫

ガラスの「歪(ひずみ)」

ガラス工業では「歪」が重要な事柄である。ガラス製品に「歪がある」、「歪が残る」などと表現される。歪が強いと製品が自然に破損したり、後加工中に破壊したりするので、歪の管理が大切である。

ガラス製品の歪を調べ、または測るために歪検査器・歪計がある。筆者は歪・歪検査器について説明する機会を多く経験したが、理解してもらうのが難しいと思うことがあった。その原因に次の事情があると反省している：

1. ガラス工業でいう「歪」の意味が他の分野でのそれと違う。近縁のセラミック製品の「歪」とも違う、
2. ガラス工業での「歪」検査は光弾性の原理による観察である。これはガラス製品を直接に試料にしているという点で、模型を使う普通の光弾性測定と違っている、
3. ガラス工業では製品を直接に測定するために工夫された特有の光弾性技術がある。これらは普通の光弾性の教科書では触れられていないし、専門の方々にもなじみがない。

これらについて筆者の考えを記し、ガラス

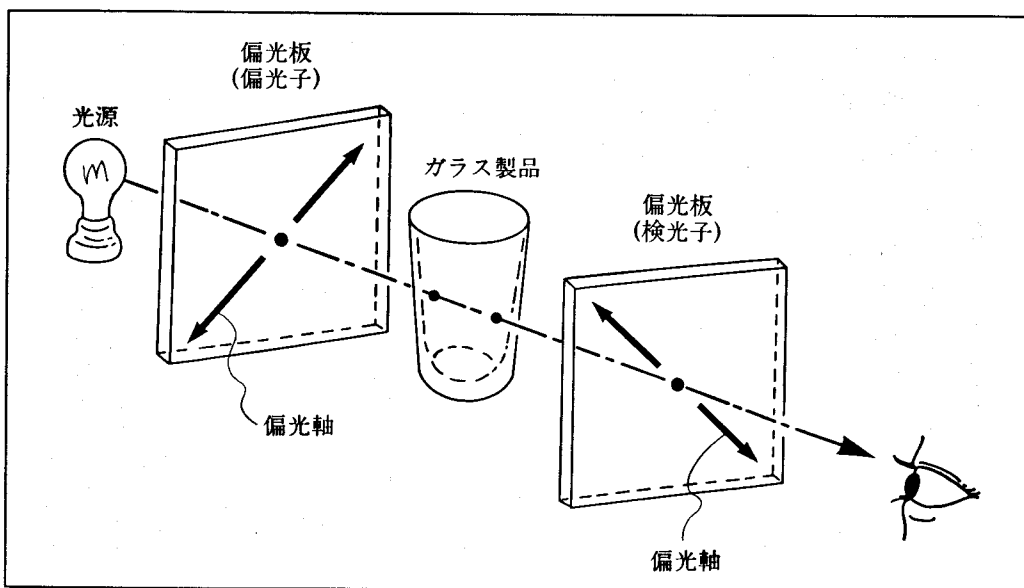
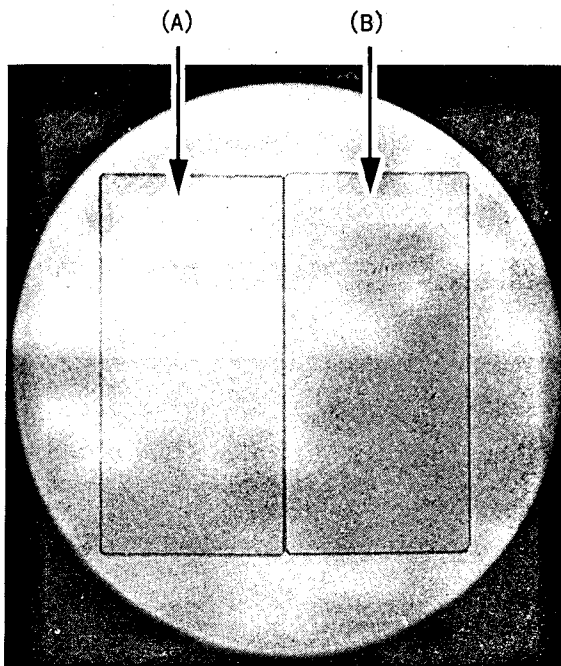
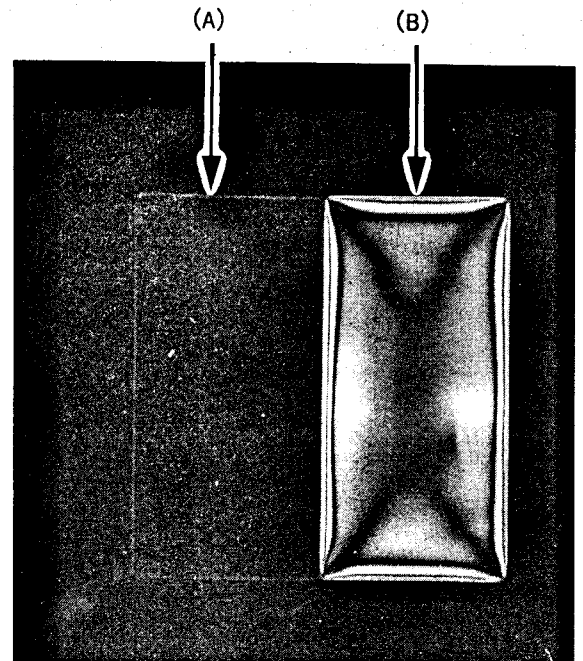


図1 光弾性式ガラス製品用「歪検査器」



a) 普通の光による観察



b) 光弾性装置へ入れての観察

写真1 歪のないガラス(A)と歪のあるガラス(B)

の歪を良く理解してもらうのに役立てたい。

2 歪の検査(図1)

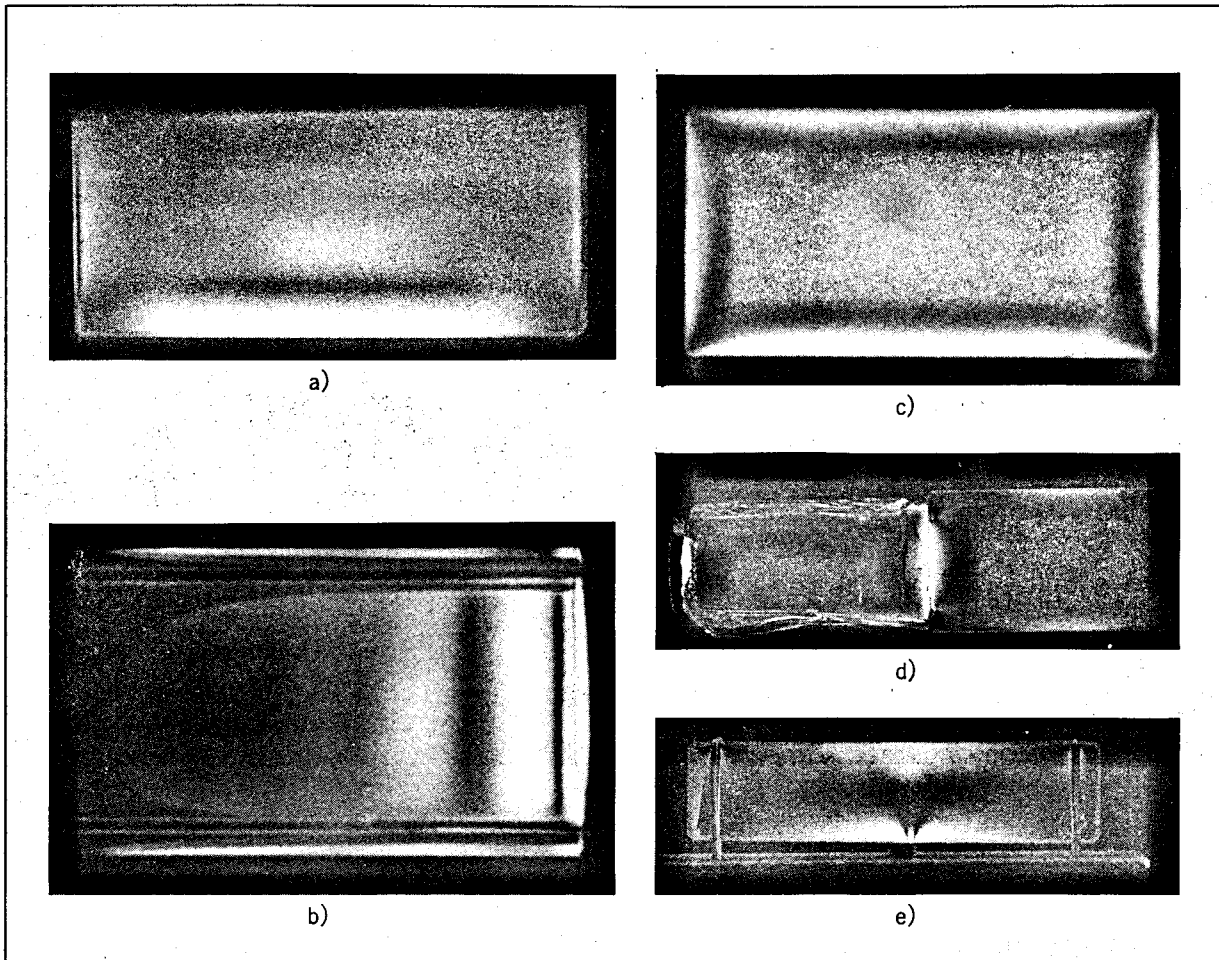
光源に二枚の偏光板を組み合わせた光弾性装置を作り、偏光板の間にガラス製品を入れる。視野は暗いのに対して、歪のあるガラス製品は明るく見える(写真1)。歪のないガラス製品は視野と同じく暗いままである。

写真2 a)は、四角いガラス板の一つの縁を暖めて偏光板の間に入れた状況である。ガラスが室温まで完全に冷えれば歪は消えるから、「一時歪」と呼ばれる。弾性論では「熱歪(ねつひずみ)」として議論される。b)は円管の一端を焼き丸め処理したもの、c)は四角板を炉中で軟化する温度まで加熱してから取出したものである。b)、c)とも常温では

歪が永久に残るから「永久歪」と呼ばれる。永久歪を除くには 再加熱→応力緩和→徐冷という過程が必要である。d)は板ガラスと鉛ガラスとを融着したもので、融着部に歪がある。このような歪は徐冷操作をしても除けない。組成が不均一なガラス製品にはこれと同じ性質の歪が発生する。e)はガラスの角棒を金棒に入れて押し、曲げ歪を発生させた状況である。力を除けば歪は消える。

3 「歪」と「歪」が違う

ガラス製品に「歪が残っている」または「歪がある」という表現は、ガラス製品中に力が働いているということと同じである。この場合に、弾性論でいう「歪」を測っていることは実際上ない。



- a) 一つの縁を暖め一時歪を発生させたガラス板
- b) 一端を焼き丸め処理したガラス管
- c) 軟化-急冷処理を加えられたガラス板
- d) 鉛ガラス/板ガラス融着サンプル
- e) 機械的に曲げ歪を加えられたガラス角棒

写真2 「歪」のあるガラスを歪検査器で眺めた状況

弾性論での「力」と「歪」の定義の方法の一例を引用しよう：

弾性体に外から力を加えると、弾性体はその形、体積または双方を変える。このような変化を「歪」と言い、弾性体は「歪を受けている」と称する。

「歪」を受けている弾性体内では、各部分が隣接した部分と相互に力を及ぼし合っている。この力を「歪に応じて生じた力」という意味で「歪力」または「応力」と称し、単位

面積当たりの力に換算して表す習慣になっている。

このような弾性論での定義に比べて、ガラス工業での「歪」という言葉の使い方には次のような特殊性がある：

- (1) 外からの力が働いていないガラス内に「歪」が存在することが希でない、
- (2) 光弾性技術によって「応力」を検出するのが容易だが、「(弾性論的な) 歪」を検出したり測ったりするのは難しい。特に歪の原

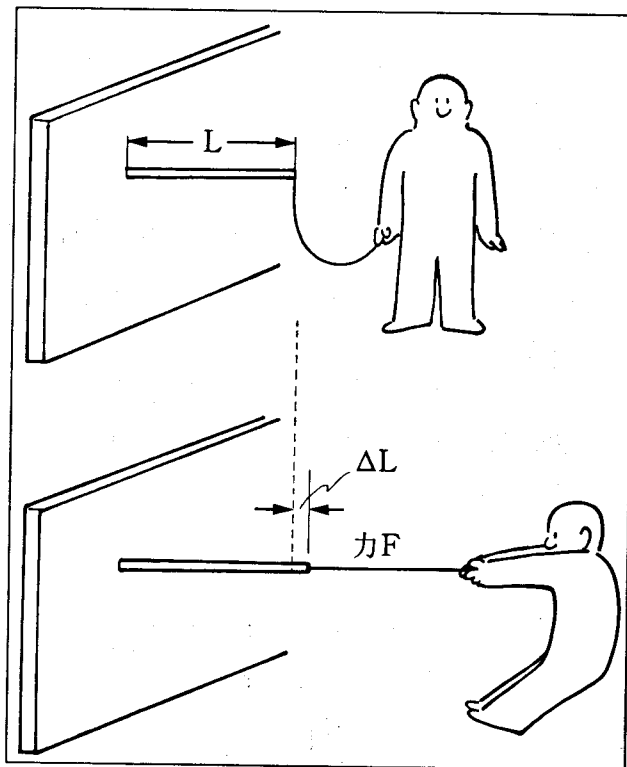


図2 引張り歪の発生

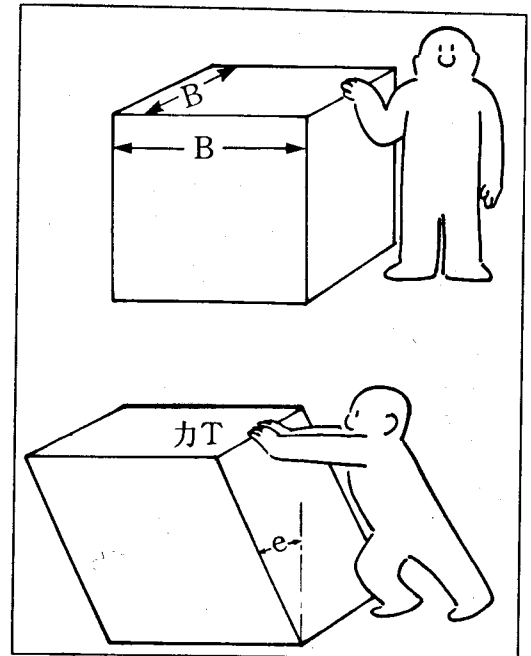


図3 ずり歪の発生

因が外力でない時にそうである、

- (3)実状としては「応力」を検出した時に「歪がある」と称している。

このようにガラス工業での慣用は弾性論での表現とニュアンスが異なっており、混乱を起こしやすい。そのような状況が続いている理由の一つは、ガラス製品内の応力、従って歪の有無は歪検査器で簡単に判断できる一方で、両者を厳密に区別してそれぞれ測る必要がなかったという事情であろう。

さらに複雑なことには「歪(ゆがみ)」という言葉があって、ある場合には(弾性論で言う)「歪(ひずみ)」と同じ内容を表している²⁾。

4 歪と応力:弾性論の場合

弾性論でいう「歪」と「応力」の例を挙げる:

- (1)長さL, 断面積Aのガラス棒の一端に力Fを加えて引張る(図2)。棒の長さは $L + \Delta L$ へ変わり、棒の中には $S = F/A$ だけの引張りの応力が発生する。変形は ΔL , 伸びの歪は単位長さ当たりの変形 $h = \Delta L/L$ である。Sとhとの関係は

$$h = S/E, \quad E: \text{ヤング率}$$

- (2)引張る代わりに押せば、変形 ΔL , 歪hの絶対値を決める式はそのまま、符号は変わる。伸びの歪の代わりに圧縮の「歪」と呼ばなければならない。Sは引張る場合に引張りの「応力」であり、押す場合には圧縮の「応力」である。
- (3)長さBの稜を持つ立方体の上面に、面に平行に力Tを加えて押す(図3)。力Tを面

の単位面積当りに換算した $S=T/B^2$ がずりの応力であり、稜間の角度変化 e (単位ラジアン) がずりの歪である。Sと e との間の関係は

$$e=S/G, \quad G: \text{剛性率}$$

である。

伸び歪はゴムで観察しやすい。フォームラバーでは圧縮歪を見やすい。豆腐やこんにゃくではずり歪が見られる。伸び歪と圧縮歪とが組み合わさった曲げ変形はガラス棒で容易に実現し観察できる。

応力と歪との関係は「応力-歪曲線」または「歪-応力曲線」で表現される。

5 “Stress”と“Strain”

ガラス工業と弾性論の間での「歪」のまぎらわしきは英・米語でも同じである。モーレイの著書で見た範囲では²⁾,

Stress \leftrightarrow 応力

の対応には問題がないが、「Strain」は弾性論の「歪」に対応するものが少数例、ガラス

工業での「歪」に対応するものが大部分である。後者の例を挙げると“to prevent strain”, “permanent strain (永久歪)”, “effect of strain on expansion”, “elasticity of strained glass”, “distribution of strain”, “strains introduced into glass”.

従ってガラス工業での表現だけについて言えば、日本語の「歪」が英語の“strain”と、「歪のある」が“strained”と対応している。

ドイツ語でも似た事情がある。ここでは“Spannung” (以下“S.”と略す) という語が「引張る, 伸長, 緊張, 危機, 軋轢」の意味を持ち³⁾, 「S.を作り込まれたガラス」, 「S.を除かれたガラス」などの表現がある⁵⁾。一方で技術用語としては,S.は「応力」・「電圧」を表し, 「歪」(Deformation, Verzerrung, Verformungszustand など) とは明確に区別されている⁶⁾。

6 カがベクトルでない

「質点」の力学で考える力は、強さと方向

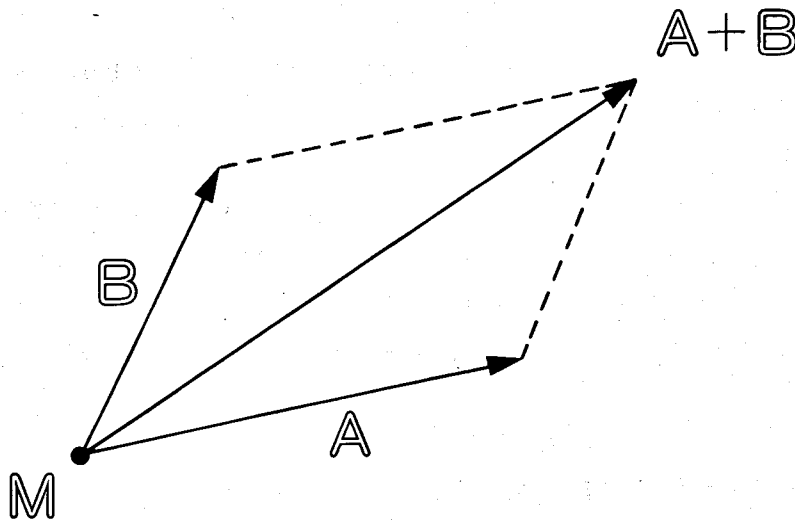


図4 質点Mに働く二つの力A, Bのベクトル合成A+B

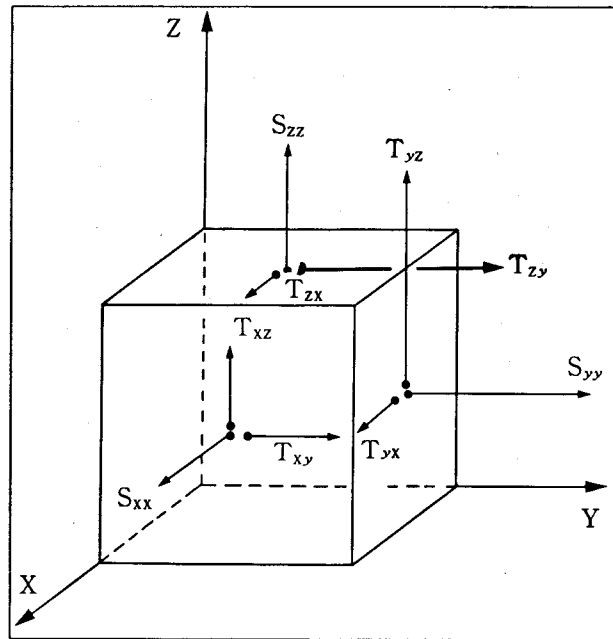


図5 弾性体内に発生する応力テンソルの構成

の二つの性質を持ち、数学的には「ベクトル」と呼ばれる量である。質点Mに二つの力A、Bが同時に働いていると(図4)、それはAとBとのベクトル和A+Bだけが働いたのと同様である。質点系の力学・剛体の力学でも似たことが成立する。

これに対して「ガラスの歪」を考える時の力は「弾性体の力学」で扱うものである。弾性体内の力は強さと方向とだけでは表現できず、次のような表現を必要とする：

$$\begin{matrix} S_{xx} & T_{yx} & T_{zx} \\ T_{xy} & S_{yy} & T_{zy} \\ T_{xz} & T_{yz} & S_{zz} \end{matrix} \quad \dots(1)$$

二つの添字のうち後のものは力が働く方向、前のものは力が働く面に垂直な方向を表す。Sは引張り応力または圧縮応力、Tはずれ応力である(図5)。

弾性体内の応力については、単純にベクトル合成をするのは意味がない。例えば S_{xx} と S_{yy} だけが働いている時の歪の状態は、

S_{xx} と S_{yy} との合成が働いている時の歪と同じではない(図6)。同様にSとTとの単なるベクトル合成も無意味である。

座標変換に対応する分解でも「応力」とベクトル量とでは挙動が違う。 S_{xx} だけがあるような簡単な応力状態の表現が、 x - Y 軸を傾けた時にどのように変わるかを図7に示す。これに対し、 V_x だけがあるようなベクトル量の表現が、 x - Y 軸を傾けた時にどのように変わるかを図8に示す。応力の方が明らかに複雑である。

なお本稿では立ち入らないけれども、式(1)で $T_{yx} = T_{xy}$ 、 $T_{zx} = T_{xz}$ 、 $T_{zy} = T_{yz}$ であることが、力が平衡するという条件から一般的に結論される。

7 「テンソル」とベクトル

弾性体内の応力のような性質を持つ量は、数学では「テンソル」と呼ばれ解析されてい

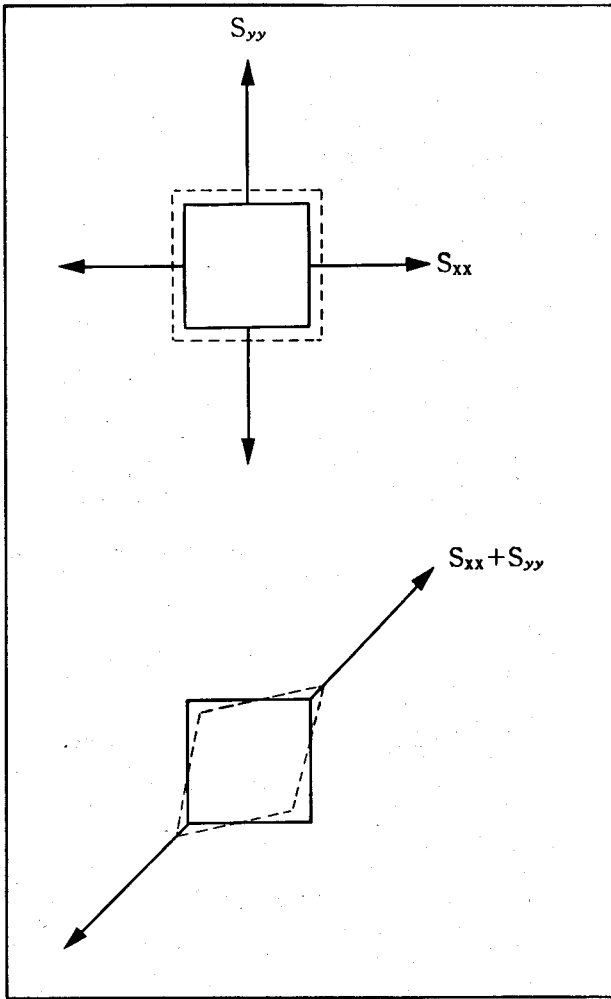


図6 弾性応力のベクトル合成は無意味である

る。テンソルはその複雑さ，例えば添字を書くのに必要な字成分の数，に対応して階数（「次数」とする流儀もある）が決まっている。式(1)で表される応力は「二階のテンソル」である。弾性論によれば歪も二階のテンソルである。これらはそれぞれ「応力テンソル」・「歪テンソル」と呼ばれる。

テンソルの特別な場合として、「一階のテンソル」はベクトルである。「零階のテンソル」は大きさだけを持ち方向を持たない量「スカラー」である。ガラスの性質のうち密度や光吸収率はスカラーである。

8 テンソル解析の適用

ガラス（一般には弾性体）中に働く弾性応力は「二階のテンソル」であり，内容的に「ベクトル」より複雑である。しかしテンソル解析の結果を利用すると，次のように幾分か単純化される：

互いに直交する三つの座標軸X軸・Y軸・Z軸の方向を適当に選ぶと，式(1)が

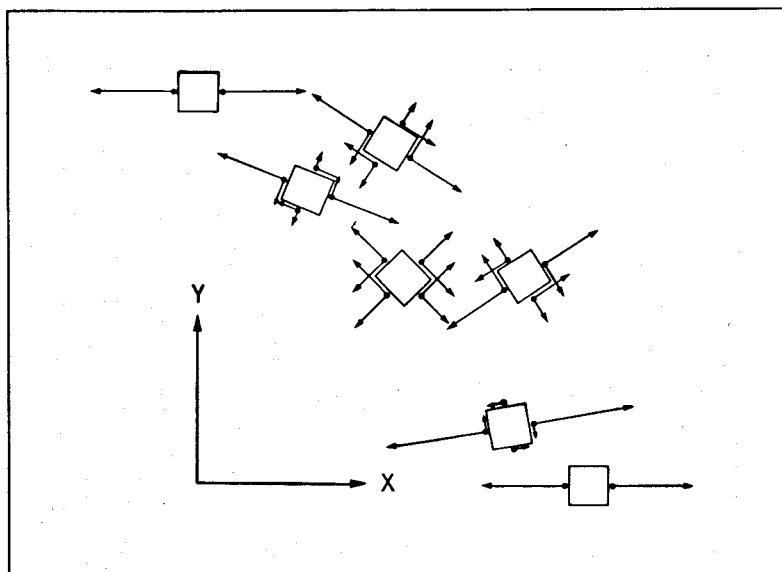


図7 座標軸の変化に伴う応力テンソル成分の変化

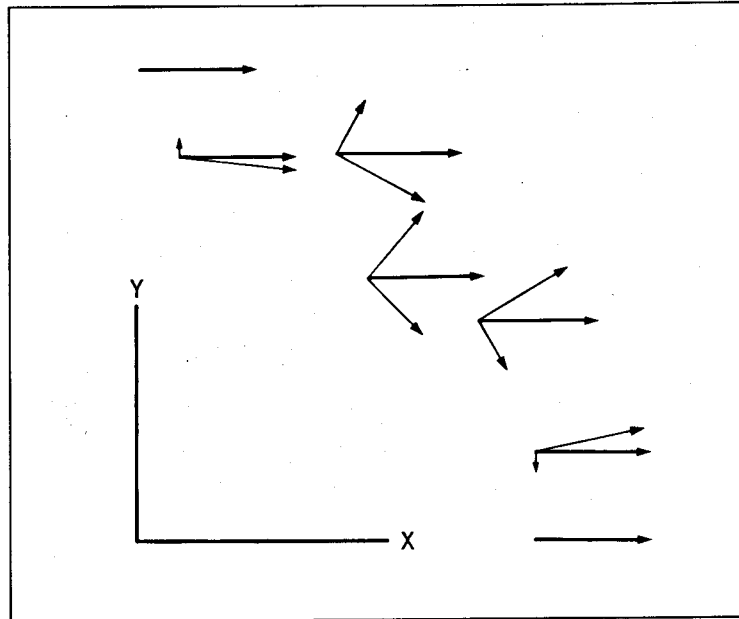


図8 座標軸の変化に伴う質点に働く力ベクトル成分の変化

$$\begin{matrix} S_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & S_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{zz} \end{matrix} \quad \dots\dots(2)$$

の形に変換される。この時の三つの軸を主応力軸、三つのSを主応力と言う。すべてのずり応力は零、すなわち存在しなくなる(図9)。従って応力の状態を完全に知るには、式(1)

のすべてのSとTを決めるか、式(2)の三つのSと主応力軸方向とを知るかである。

表面では更に次のように簡単化できる：

表面に垂直に働くSは零である。主応力軸のうちの一つは表面に垂直に向き、従って他の二つは表面内にある(図10)。S、Tは表面に平行に働くものだけが存在し得る。

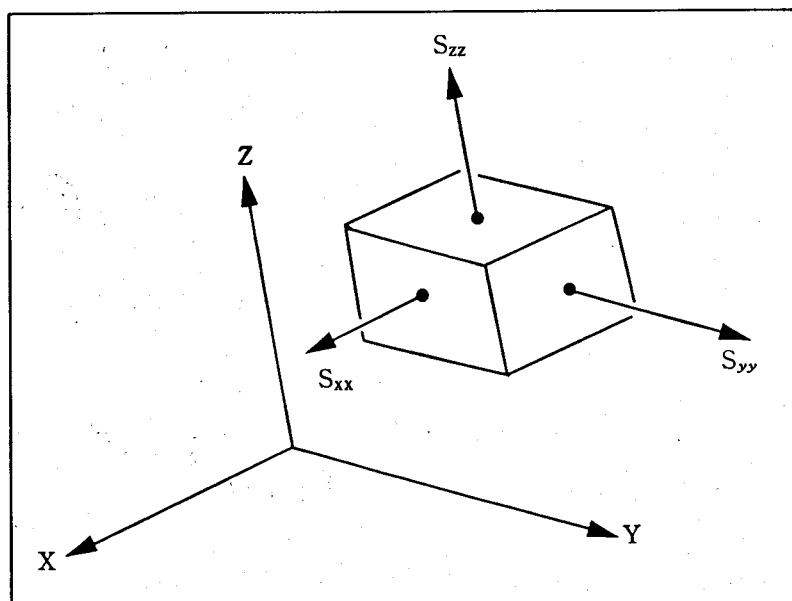


図9 主応力軸X・Y・Zの選択による応力テンソル成分の簡単化(Tがすべて零になる)

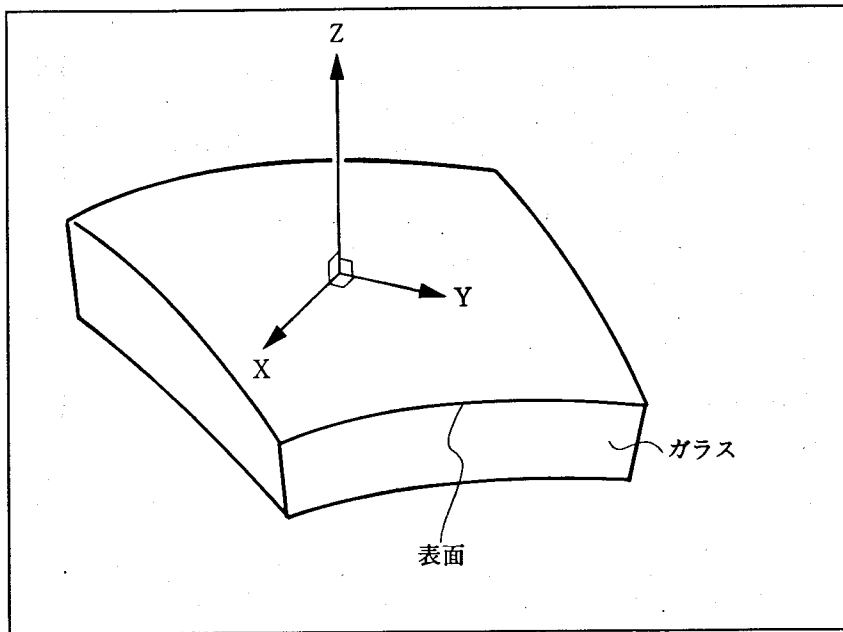


図10 ガラス表面での主応力軸の配置
一つの軸Zが面に垂直である

応力の状態を完全に知るためには、鉱物顕微鏡でのゴニオメーターやコノスコープ法を使った観察と同じ測定を実行する必要がある。これはガラス器の形や応力分布状況によっては原理的に実行できないし、技術的・装置的に面倒で実用的でない。また光弾性技術自体にも、例えば、応力が存在しても検出できない場合があるとか、応力が圧縮力と張力との組み合わせであるかあるいは単一であるかを判定できないとかいう限界がある。このような時には測定結果の説明は歯切れが悪くなる。

9 「力」がなくても 歪(ひず)む

ガラスに力を加えるとガラスが歪み、歪に対応して応力が働く、ということは分かりやすい(図11a)。

しかし、ガラス製品の「歪」が問題にされる時、外力が働いていないことが多い(図11b)。その場合は、ガラス製品の一部分が他の部分に力を及ぼして歪ませ、自身はその反

力を受けて歪む、という状況になっている。力が働いていることが外見上は分からない。

極端な例として熱強化板ガラスを挙げる。表面層は弾性的に伸びようとしているのを内層で妨害されて、表面に平行な方向に働く圧縮応力が発生している。逆に内層は縮もうとするのを表面層に妨害されて張力が存在している。

外力がなく温度分布の不均一もない条件で力が働く状況は普通の弾性体の力学では取り扱われない。ガラスの「永久歪」、融着による歪などの発生機構の説明は複雑であるが、金属の鑄造・プラスチックの成形では類似の現象があることに注意すると、理解されやすいであろう。

10 模型は無意味

ガラス製品の「歪」を観察するには歪検査器を使う。これは光弾性装置の一種で、ガラスが応力によって複屈折性を帯びることを利

用して、観察・判断するものである。

光弾性の技術と装置は土木・建築・構造力学でも利用されている。従って多くの技術者になじみのものである。その技術によればプラスチックで模型を作り、これに外力を加えて模型内の応力分布を測定する。

これに対してガラス工業では、ガラスを単なる構造材料として使う場合を除いて、模型を作って測定するという事は意味がない。ガラス製品のなまし不十分による「歪」や、強化ガラスの表面に作り込まれた圧縮応力の測定を、プラスチック模型で模擬することはできない。ガラス工業ではガラス製品自体で測定した結果でないと役に立たない。

製品が模型

歴史的には物質の光弾性効果はガラスにつ

いて初めて発見された（光弾性実験の実用化には模型用高分子材料の開発が必要であった）。工業製品自体について光弾性測定を実行できるのはガラスに限られると言って良い。

例外としては、立方晶系に属する単結晶と、応力以外の原因による複屈折がないプラスチック（例：アクリル樹脂）だけであり、工業製品の例では透明プラスチックパッケージを持つ発光ダイオードである。

製品を直接に測定対象にするという点で、模型対象の場合に比べて複雑であったり、慣用の方法を適用できなかつたり、制約がある。

X線・核磁気共鳴・光ヘテロダインの各コンピュータートモグラフィ（CT）は非破壊で試料中のX線吸収度・光吸収度・水素原子濃度の分布をそれぞれ測るという点で、ガラス製品の光弾性測定と似た点がある。現状ではCTがスカラー量を対象にするのに比べ、

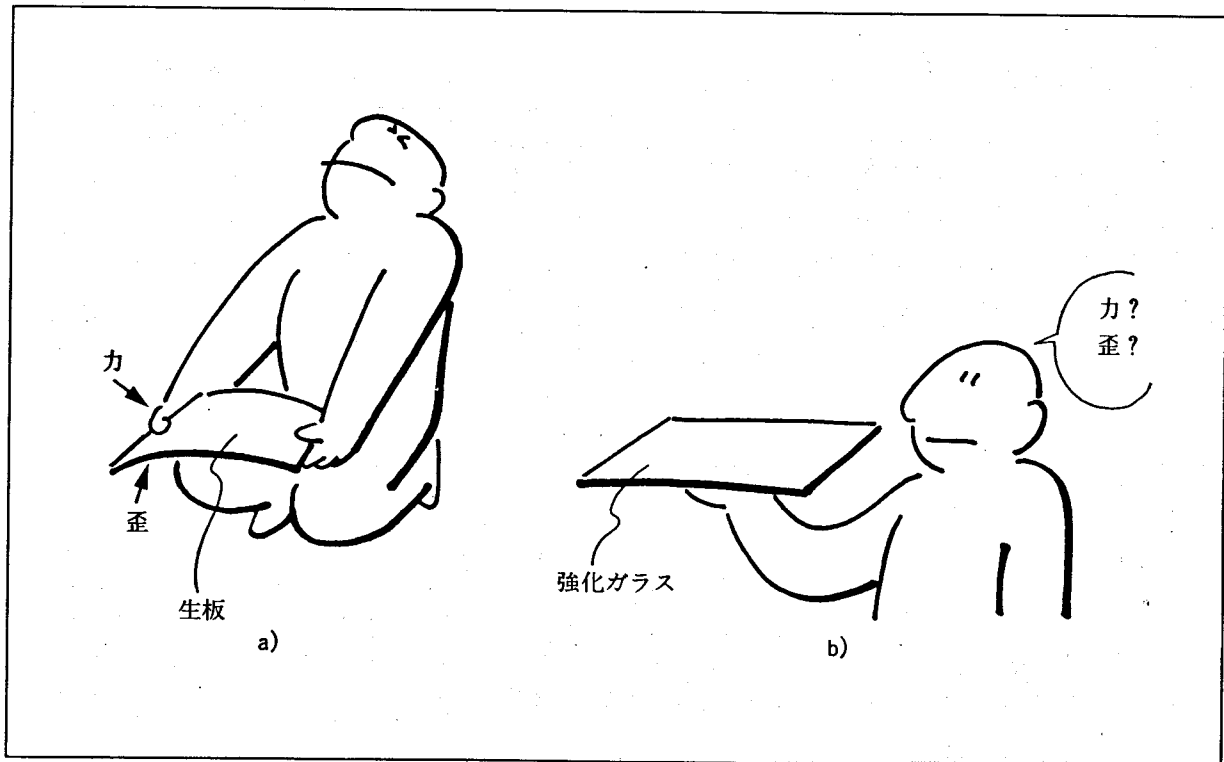


図11 a) 生板ガラスに力を加えて歪ませる
b) 外力がなくても弾性力、弾性歪は存在し得る

後者にはテンソル量を測る難しさがある。

このような事情にもかかわらず、応力をスカラーと見なして扱える特別な場合にはトモグラフィー類似の方法を適用できる⁷⁾

12 特異な光弾性技術

ガラス工業での歪検査には、上記のように

1. 製品自体をサンプルとし、
2. 非破壊で、
3. 場合によっては三次元的な応力分布を測る必要がある、という特質がある。

この要求に応じ得る方法はいくつかあるが、それらは近年ガラス工業界の研究者・技術者が開発したものである⁸⁾。従ってそれらの原理と方法は他の分野の方々には知られていないし、光弾性の教科書にも記されていない。

このような状況を前提にした上で、広く理解されるように努力することが必要と考えられる。

13 結び

ガラス工業界と弾性論や他の業界との間で「歪」の意味が違うのは困ったことである。「歪検査器」、「歪計」が弾性論での「歪」を測ると誤解された経験は多かった。残念ながら筆者には良い対策がない。

光弾性技術を学ばれる方々は多いであろうが、その方々がガラス工業界に入って来られたとして、術語の意味が違い、また特殊な方法を実行する光弾性技術に接して困惑されることはありうる。これに対して必ずしも十分に自信を持って説明できる状況にはなかった。これが理解してもらうことを妨げていたかも知れない。ガラス「歪」の意味を改めて検討

して明確にすることが、一つの「躓(つまず)きの石」を取り除き、これからの技術の普及に役立つであろう。

- 1) 玉城嘉十郎 弾性体の力学
昭14 35頁 内田老鶴圃
- 2) 須藤一 残留応力とゆがみ
内田老鶴圃
- 3) G.W. Morey Properties of Glass
- 4) 独和新辞典 三省堂
- 5) Glastech. Ber. 誌, 各年の事項索引欄
- 6) Handbuch der Physik
III / 1 巻
- 7) 岸井 Theglass No. 24P. 29 (1992)
- 8) 岸井 NewGlassTechnology
2 (3) P. 29 (1982)

著者紹介



岸井 貫
(きしい とおる)

昭和25年3月東京大学理学部物理学科卒業、同年4月東芝入社、硝子技術部(現東芝硝子)、昭和38年8月東芝中央研究所・同総合研究所を経て計測器の販売と開発に従事。昭和58年～平成元年東芝硝子(株)。昭和46年～47年カリフォルニア大学ロサンゼルス校客員研究員、工学博士(東京工業大学)、平成元年度科学技術長官賞(光弾性)、現千葉工業大学大学教授。