

複屈折縞の比較による粘弾性体のハイブリッド応力解析法*

松本重男** 杉森 勝*** 宮野 靖*** 國尾 武****

Hybrid Stress Analysis of Viscoelastic Body by
Comparing Photoviscoelastic Birefringences

by

Shigeo MATSUMOTO

(Toyama Polytechnic College, Uozu)

Suguru SUGIMORI, Yasushi MIYANO

(Materials System Research Laboratory, Kanazawa Institute of Technology, Kanazawa)

and Takeshi KUNIO

(Department of Mechanical Engineering, Kanto Gakuin University, Yokohama)

It is well known that photoviscoelastic technique can be used as an experimental technique for viscoelastic stress and strain analysis. However, this technique is far too complicated, because the transient birefringence and temperature should be continuously measured over the period of the loading process in order to determine the transient stress and strain.

The uncertainty of the reliability of the numerical solution of viscoelastic stress analysis still exists essentially, because the analytical conditions employed for numerical calculation, such as material parameters, configuration and boundary conditions and others, should be numerically modeled.

In this paper, an approach to experimental and numerical hybrid analysis of the stress and strain in a viscoelastic body, which is straightforward and reliable, is proposed. In this analysis, the experimental birefringence measured easily at arbitrary time is compared with that numerically calculated for the purpose of assuring the reliability of the numerical results. The effectiveness of the proposed method is assessed by a specific example, in which the thermal stress generated in a rectangular epoxy beam subjected to rapid cooling is analyzed by this hybrid method.

(Received September 3, 1993)

キー・ワード：粘弾性，光粘弾性，実験応力解析，数値解析，ハイブリッド法，高分子材料

Key Words : Viscoelasticity, Photoviscoelasticity, Experimental Stress Analysis, Numerical Analysis, Hybrid Method, High Polymer Materials

1 緒 言

近年，プラスチックをはじめとする高分子材料が高精度，高信頼性を要求される分野に広く使用されている。ところが高分子材料の多くは成形時の加熱冷却過程において著しい粘弾性挙動を示すため，成形品に大きな残留応力や変形が生じ，これらが成形品の寸法精度や強度を低下させ，あるいは経時変形の一因となっている。これらの残留応力や変形を防止するため，その発生機構の解明はもとより，発生する応力・ひずみ

の解析方法の確立が求められている。

著者らが従来から粘弾性体の応力・ひずみの解析に用いてきた実験解析，数値解析の主な五つの解析方法の特徴と適用範囲を Table I に示す。表では実験解析，数値解析，解析対象の形状で手法が分類され，熱応力解析の可否を示している。次に，これら五つの解析方法の概要を示す。

光粘弾性法^{1)~3)}においては，負荷の全過程で複屈折縞と温度の変化を連続して記録し，これらから縞次数と温度の時間変化のデータを読み取り，線形光粘弾性理論に基づいて応力・ひずみを数値計算する。複屈折縞の記録については，等色線の縞パターンと種々の角度の等傾線の縞パターンを別々に記録することが必要

* 原稿受理 平成5年9月3日

** 富山職業能力開発短期大校 富山県魚津市川縁

*** 金沢工業大学材料システム研究所 金沢南局区内野々市町

**** 関東学院大学工学部 横浜市金沢区六浦町

Table I Methods for viscoelastic stress analysis.

	Dimension			Solution		Remarks
	One	Two	Three	Transient	Residual	
Experimental						
Photoviscoelastic	○	○	×	○	○	This technique is far too complicated, because the transient birefringence and temperature should be continuously measured.
Simplified optical method	○	○	×	×	○	The time and temperature dependence of mechanical property should have an analogy with that of optical property.
Layer removal method	○	×	×	×	○	Transient change can not be measured. Removing work is hard.
Numerical						
						The uncertainty of the reliability of the solution still exists essentially.
Exact method	○	○	×	○	○	Huge steps are required.
Simplified method	○	○	×	○	○	A few modifications of program for exact method is required.

であるので、一般的には同一の負荷条件で何回か実験を繰り返す必要がある。この複屈折縞の記録から負荷の全過程で縞次数分布のデータを読み取るが、この作業には熟練と多大の労力を要する。また、温度の記録から温度分布の時間変化のデータを求める作業にも工夫とかなりの労力が必要である。

光学的簡易測定法⁹⁾⁻¹¹⁾においては、冷却後の残留縞次数と残留ひずみを計測し、光学的簡易測定法の基礎式より残留応力を求める。本法は通常の光弾性法と同程度の容易さで行えるが、その精度は材料の機械的特性と光学的特性の粘弾性挙動の類似の程度に依存する。また、一般には過渡的な応力は求めることができず、冷却時の残留応力のみが測定可能である。

逐次除去法¹²⁾⁻¹⁴⁾においては、試験片の表面を極く微量ずつかつ精度よく段階的に削り取りながら反対側の表面に貼付したストレインゲージの微量のひずみ変化を読み取り、削り取った深さとひずみの関係を求め、ついで積分あるいは微分計算を行い残留応力を求める。この実験での削り取り作業とひずみの測定作業には集中力と熟練が不可欠であり、多大な労力および時間を費やさなければならない。また、この方法では過渡的な応力は測定できない。

一方、数値解析方法としては線形粘弾性理論に基づく厳密法^{13),14)}と、著者等が提案した簡易法^{15),16)}がある。解析では両者共に履歴積分で表される構成方程式を時間に関し離散化し、応力の釣り合い式、適合の条件式を境界条件を満足するように解くことで応力・ひずみを求める。各時刻においては弾性体の場合と同様に有限差分法や有限要素法等の数値解析法を用いる。履歴積分で表される構成方程式を時間に関し離散化する際、厳密法においては材料係数の時間と温度に関する変化を全過程にわたり考慮するため、時間分割数が多

くなればなるほど計算の処理量が膨大なものとなる。簡易法は材料係数の時間と温度に関する変化が充分小さくなった場合には材料係数を定数として近似することでその計算処理量を大幅に少なくしている。また、著者等は本簡易法の有効性を具体例で確認している。

上述の2つの数値解析法においては、いずれもまず解析対象をモデル化する。モデル化では時間とともに変化する熱的、力学的境界条件を設定し、空間と時間を離散化する。いったんモデル化を行えば、応力・ひずみは容易に求まるが、このモデル化が解析対象を適切に表現しているかどうか不安があるため、得られる応力・ひずみの信頼性が乏しい。そこで数値解析法で得られる結果の信頼性を向上させる手段の開発が強く望まれている。

以上述べたように従来の粘弾性体の応力解析法にはそれぞれ一長一短がある。ところで、光粘弾性材料については後に詳述するように光粘弾性実験と数値解析のいずれにおいても複屈折縞が容易に得られるという事実がある。本報は、この事実を基盤として、これらの手法による複屈折縞を比較することを特徴とする実験解析と数値解析を組み合わせたハイブリッド応力解析法を提案するものである。そして、具体例により提案した手法の有効性を検証する。

2 ハイブリッド応力解析法

2・1 ハイブリッド応力解析法の概念

光粘弾性法による解析は前述のような手順で行われるが、応力・ひずみを得るためには熟練と多大の労力、時間が必要となる。しかし、複屈折縞の記録作業に限定すればこの作業は光弾性実験とほとんど変わらず容易であり、得られる縞パターンは当然のことながら対象物の挙動を忠実に表現している。また、ある特定の

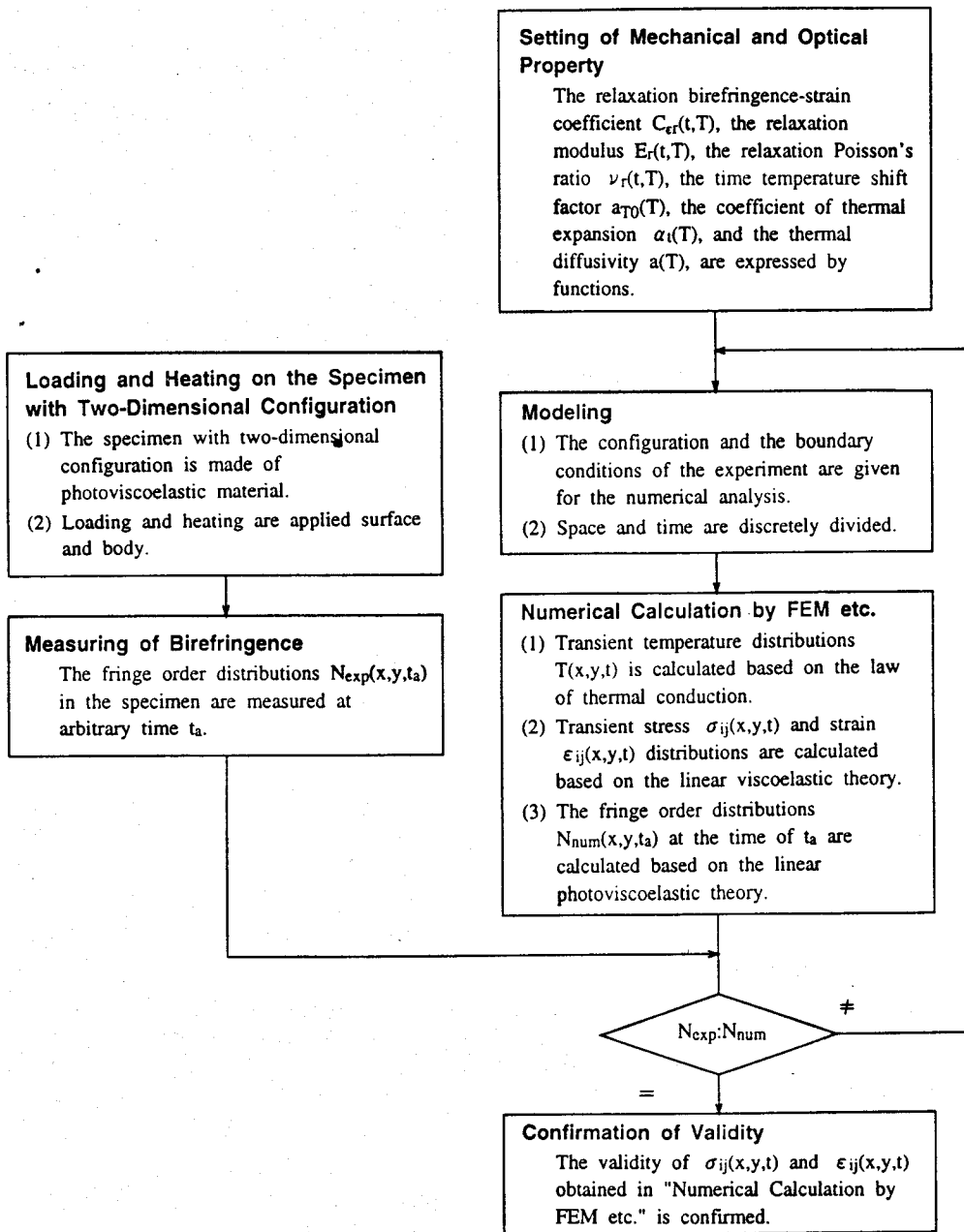


Fig. 1 Procedure of experimental and numerical hybrid analysis.

時刻の複屈折縞パターンをこの記録から抽出することも容易である。

粘弾性体の数値解析法では前述のように解の信頼性に不安を伴う。しかし、いったんモデル化を行えば、応力・ひずみは容易に求まる。さらに、光粘弾性の特性が明らかであれば、複屈折縞も線形光粘弾性理論に基づいてこれらの応力またはひずみに付随して容易に計算できる。しかも、モデル化の修正と数値計算は容易に繰り返すことができる。

ハイブリッド応力解析法は、光粘弾性実験と数値解析の各々で複屈折縞が容易に得られることを利用し、高い信頼性を持つ粘弾性解を得ようとする手法である。まず、光粘弾性実験では複屈折縞を記録する。一方、数値解析では対象をモデル化し、応力・ひずみと同時に複屈折縞の時間変化を算出する。そして2つの複屈折縞を比較し、これらが一致するまで数値解析のモデルの修正を繰り返す。これが提案するハイブリッド応力解析法概念である。

2・2 ハイブリッド応力解析法

提案するハイブリッド応力解析法の手順を Fig. 1 に示す。図の左側は光粘弾性実験の、右側は数値解析の流れを示す。

実験では、二次元形状の試料を作成し、力学的、熱的な負荷を加え、任意の時刻 t_a で、例えば等色線縞パターンを記録する。

数値解析では、予め数値解析に必要な機械的・光学的特性を設定する。ついで解析対象のモデル化を行う。モデル化では対象物の形状と熱的、機械的境界条件を設定し、空間と時間の離散化を行なう。次に温度を数値計算し、この温度を用いて線形粘弾性理論に基づき応力・ひずみを求める。同時に線形光粘弾性理論に基づき位置 (x, y) における複屈折縞の時間変化 $N_{num}(x, y, t)$ を求める。

次に、時刻 t_a で、複屈折縞の実験解 $N_{exp}(x, y, t_a)$ と数値解 $N_{num}(x, y, t_a)$ を比較する。二つの縞が一致しない場合は、“Modeling”に戻りモデル化を修正し、再計算を行う。二つの縞が一致する場合は計算を打ち切る。

3 ハイブリッド応力解析法の適用の具体例

ハイブリッド応力解析法により、エポキシ矩形はりが上下両面より急冷される際に生ずる熱応力を解析する。なお、縞の比較による数値解の検証は、測定が最も容易な残留縞のみで行う。

使用するエポキシ樹脂は機械的・光学的に等方、等質であり、ひずみ $\epsilon < 1.5\%$ の範囲で線形性を保持し、時間-温度換算則が成立する材料であることが確かめられている。この樹脂のガラス転移温度 T_g は 132°C である。その他の数値計算に必要な機械的・光学的特性値は既に明らかになっている^{10), 11), 17)}

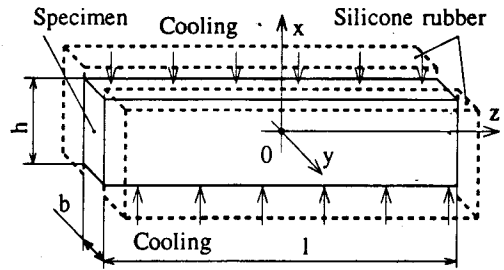
3・1 光粘弾性実験

Fig. 2 に試験片の外形寸法と冷却方法を示す。はりが上下両面より急冷されるようにシリコンゴムで断熱する。この際、シリコンゴムがはりを拘束しないように両者の間にシリコングリスを塗布する。材料のガラス転移温度 T_g より高い保持温度 $T_h (= 180^\circ\text{C})$ に十分な時間保持した後、 T_g より低い冷却温度 $T_c (= 10^\circ\text{C})$ の流水中に一気に投入し、全体が T_c となる $t = 20\text{min}$ まで保持する。

冷却終了後、はりの z 方向中央部に残留する等色線縞パターンを光弾性装置を用いて撮影した。Fig. 3 に等色線縞パターンを、Fig. 4 に縞パターンから得られた縞次数の x 方向の分布の実験値を太い実線で示す。

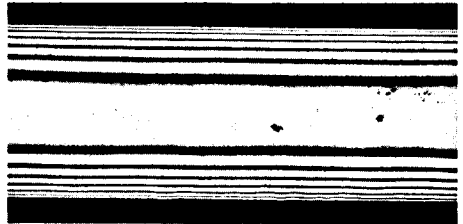
3・2 数値解析

まず、“Setting of Mechanical and Optical Property”において、エポキシ樹脂の緩和縞次数一ひ



$l=145\text{mm}$
 $h=20\text{mm}$
 $b=5\text{mm}$

Fig. 2 Configuration of specimen and cooling method.



Light wavelength = 546 nm

Fig. 3 Residual isochromatic fringe pattern.

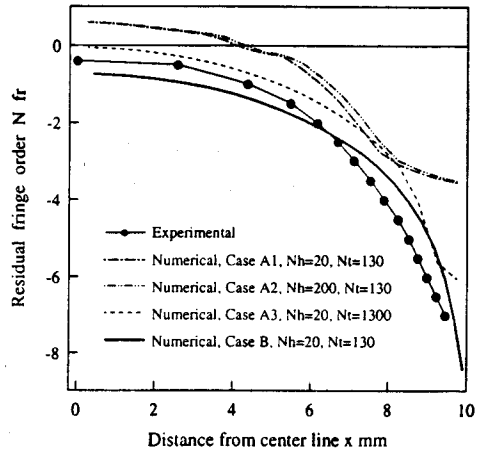


Fig. 4 Residual fringe order distribution.

ずみ係数 $C_{er}(t, T)$, 緩和弾性係数 $E_r(t, T)$, 緩和ポアソン比 $\nu_r(t, T)$, 時間-温度移動因子 $a_{T0}(T)$, 線膨張係数 $\alpha_1(T)$, 温度伝導率 $a(T)$ を設定する。

次に“Modeling”においてモデル化を行う。ここでは形状と熱的、力学的境界条件を設定し、ついで空間と時間の離散化を行う。まず形状であるが後述するように実験における温度の測定、および複屈折等色線縞の観察から試験片の z 方向中央部に上下対称に生ずる z 方向の一次元的な応力を解析するための形状を設定

した。

熱的境界条件については、予め行った熱電対を用いた温度分布の測定より、温度が y 方向および z 方向には分布せず、 x 方向に上下対称に一次的に分布することを確認している。そして温度は、冷却開始まではり全体が温度 $T_h=180^\circ\text{C}$ 一様とした。冷却開始後は、はりの上下両表面は常に $T_c=10^\circ\text{C}$ 一定で、急冷面以外は断熱されているものとした。

力学的境界条件については、実験は急冷前には縞が生じていないこと、冷却を開始してからは長手方向に平行な縞のみが観察されることから、冷却開始まではり全体が無応力、無ひずみであり、冷却開始後ははりの z 方向に一樣に伸縮し、さらに冷却の全過程を通じて外部からの拘束がないものとした。

次いで、空間と時間の離散化を行う。本解析例では Fig. 1 の "Modeling" において、(1)の形状と境界条件については修正を行わず、(2)の空間と時間の離散化のみにおいて修正を行うこととした。実際には Fig. 1 のフローチャート通りモデル化の修正毎に繰り返し計算を忠実には行わず、あらかじめ4種類の離散化モデルを設定し、そのモデルの優劣について検討した。

離散化の対象となる空間は前述のように対称性からはりの高さの半分のみであり、時間については冷却終了までの時間である。高さと時間の分割の概略を Fig. 5 に示す。同図に示すケース A1, A2, A3 はいずれも高さ、時間をともに等分割した場合で、高さ、時間の分割数が各々異なる。ケース B は高さ、時間を等分割しない場合である。つまり、Fig. 5 下段に模式的に示すように高さ方向の分割では温度勾配の大きい表面付

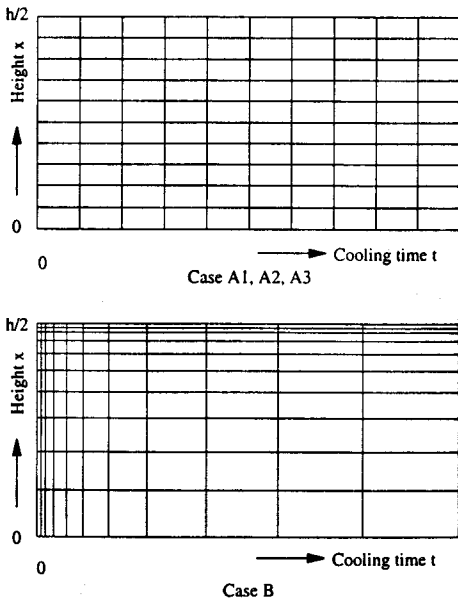


Fig. 5 Discretization of cooling time and height.

近では細かくし、また時間の分割は温度変化の著しい冷却開始付近において細かくすることにより、同一時刻で隣り合う位置の温度差と、同一位置での温度の時間変化のいずれもがなるべく小さくなるように工夫した。

最後に Fig. 1 の "Numerical Calculation by FEM etc." において温度分布の時間変化を算出し、ついで線形粘弾性理論に基づき応力・ひずみを算出する。さらにこの応力あるいはひずみから線形粘弾性理論に基づき、複屈折縞の分布の時間変化を算出する。

なお、数値解析で得られた縞が実験で得られた縞と一致しない場合は "Modeling" にもどり、繰り返し計算を行う訳であるが、前述したように本解析ではこの作業は行っていない。

3.3 解析結果

Fig. 4 の図中の表に4つのケースの高さと時間の分割数をそれぞれ N_h と N_t で示す。高さは $h/2=10$ mm、時間は 20min である。同図に実験で得られた残留複屈折縞分布と、数値解析により算出した4種のモデル化での残留複屈折縞分布を示す。

Fig. 4 より、ケース A1 と A2 が一致することから空間の分割は本例では影響が少ないことが、ケース A1 と A3 が異なることから時間の分割が本例では影響することが解る。ケース A1, A2, A3 はいずれも実験値と多少一致しないが、ケース B は実験値と良く一致している。

以上より4つの離散化の例の中ではケース B が最適であることが解る。ケース B で得られた熱応力の分布の時間変化を Fig. 6 に示す。この熱応力分布の変化は先の複屈折縞の比較により信頼性の高い結果であることが保証されているものである。

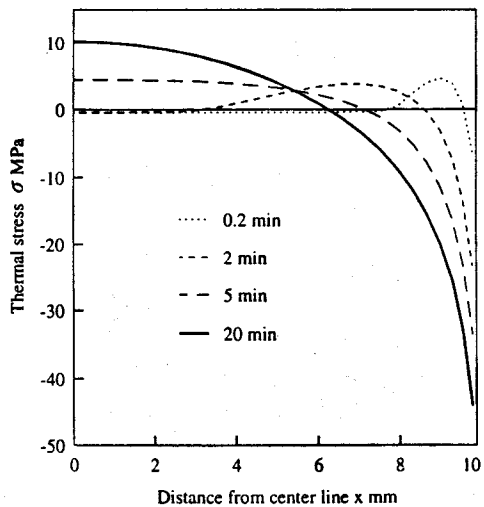


Fig. 6 Thermal stress distribution by numerical analysis.

4 結 論

本報は光粘弾性実験で容易に測定できる複屈折縞と、数値解析で算出される複屈折縞を比較することで、数値解の信頼性を保証するハイブリッド応力解析法を提案したものであり、具体例への適用によりその有効性を確認した。

参 考 文 献

- 1) Arenz, R.J., Ferguson, C.W. and Williams, M.L., *Experimental Mechanics*, **7**, (1967), 183.
- 2) Arenz, R.J., Ferguson, C.W., Kunio, T., and Williams, M.L., *GALCIT SM 63-31*, Cal. Inst. of Tech., (1963)
- 3) 宮野 靖, 田村聖和, 國尾 武, 日本機械学会論文
集, **34**, (1968), 1060.
- 4) 國尾 武, 宮野 靖, 田村聖和, 日本機械学会論文
集, **34**, (1968), 1198.
- 5) Miyano, Y., Tamura, T. and Kunio, T., *Bull. JSME*, **12**, (1969), 26.
- 6) Kunio, T. and Miyano, Y., *Proc. 12th Int. Cong. Applied Mechanics*, (1969), 269.
- 7) 杉森 勝, 宮野 靖, 河村孝一, 國尾 武, 日本機
械学会論文集, **50A**, (1984), 1777.
- 8) 宮野 靖, 中村省三, 金尾一雄, 國尾 武, 日本
機械学会論文集, **51A**, (1985), 668.
- 9) Miyano, Y., Nakamura, Y., Sugimori, S., Kunio, T. and Woo, T.C., *Experimental Mechanics*, **26**, (1986), 185.
- 10) Sugimori, S., Miyano, Y. and Kunio, T., *Proc. Int. Symp. Photoelasticity*, (1986), 23.
- 11) Miyano, Y., Sugimori, S. and Kunio, T., *Proc. 4th Int. Cong. Experimental Mechanics*, (1988), 1247.
- 12) 米谷 茂, 残留応力の発生と対策, (1981), **49**, 養賢堂.
- 13) 宮野 靖, 新保實, 國尾 武, 日本機械学会論文
集, **46A**, (1980), 779.
- 14) 宮野 靖, 新保 實, 國尾 武, 日本機械学会論文
集, **47A**, (1981), 708.
- 15) Sugimori, S., Matsumoto, S., Miyano, Y. and Kunio, T., *Proc. 3th Conf. Residual Stress*, (1991), 155.
- 16) 松本重男, 杉森 勝, 宮野 靖, 國尾 武, 日本
機械学会材料力学講演会講演論文集, (1990), 58.
- 17) Sugimori, S., Miyano, Y., Hirashima, A., Nakamura, S. and Kunio, T., *Proc. 3th Conf. Asian-Pacific Cong. Strength Evaluation*, (1989), 541.