

熱間におけるガラス内のヒズミ減衰測定用 偏光計法について

坂 田 真・北 岡 猛 志

Shin SAKATA and Takeshi KITAOKA: On the Polarimetric Method to Measure the Decay of Strain in Glass under Heating Condition.

ABSTRACT

A method was invented to obtain clear view, discrimination of striae and nature of strain, as well as correct measurement with easy operation.

The essential elements consist of a white light crossed type polarimeter, a turn compensator and a crossed sensitive tint plate which compares the colours appeared in the view, this has been patented by the Japanese Government, and the elements are arranged as shown in fig. 1. The optical path difference of the turn compensator is made within $50 \text{ m}\mu$, and for extension of the measuring range, some suitable direct compensating retardation plates are used together.

When the colours of the comparison view matched each other, the relations among the turn angle of compensator (θ), the optical path differences of the compensator (δ_2) and of specimen (δ_1) are given approximately in equations 10~12. But these equations are adaptable only for the monochromatic light that makes dark interference for the crossed sensitive tint plate. The sensitivity of the method is $\pm 0.12\sim 0.13 \text{ m}\mu$. And the magnitude of deviation when δ_1 is calculated from equation 11, 12 and δ_2 is smaller than about $75 \text{ m}\mu$ is covered by the above-mentioned sensitivity.

The bases of arguments above were explained from.....(1) the equations as to the movement of monochromatic light, (2) the calculated coordinates on the C.I.E. chromatic diagram as to the variation of colour appeared, and (3) the shape of MacAdam's ellipse as to the deviation and the sensitivity. Regarding the results these were confirmed by experiments.

1. ま え が き

ガラス内部に残存するヒズミを定量測定するために、
筆者は既知複屈折率のガラス片と「タワミ：荷重」特性
のわかっているバネをヒズミ検査器に組み合わせる簡単なヒ
ズミ量測定器¹⁾を、かつて実用化した。しかしその後ガラ
スの熱処理はヒズミの除去だけでなく、安定化あるいは
光学恒数の整一などを含む広範な目的にまで発展した。
したがってこれらの処理に必要なガラスの特性を知るた
めに、ガラス内部のヒズミが熱間において減衰する状態
を種々な条件について克明に測定出来る装置があるとガ
ラス熱処理研究に都合がよい。従来この種測定装置は、
Adams と Williamson²⁾ が焼成恒数を見出す実験に用い

たもの、Baily と Sharp⁴⁾ あるいは Lillie³⁾ が熱間
において機械的に Stress を与えて起ったヒズミの減衰状
態を測定するのに用いたものなどがあるが、これらはヒ
ズミによって異方性になったガラスに偏光を通過さすこ
とによって生じる光路差を、水晶クサビ表面に刻んだ粗
い目盛に現われるしまの状態から観測する構造であ
って、読み取りに $10\text{m}\mu$ ほど判別出来にくいものであ
る。また Goranson と Adams⁵⁾ によって、Sénarmont
光路差測定法に水銀灯の $546 \text{ m}\mu$ 波長光を光源に用い、
Wright の二重水晶クサビ可変半影法を使って感度が
 $\pm 0.05 \text{ m}\mu$ であると言うきわめて高感度である装置の
報告があるが、これをガラスの研究に使った報告は見当

らない。

上記のようなガラスのヒズミ特性を調べる装置について、筆者多年の経験から望むことは、ガラス内部に残存する異方性が一定温度に保持せられる間に、時間の経過にしたがって次第に消失するまでの光路差変化や、温度が種々な条件で変化する過程におけるヒズミの挙動などを比較的少量の約 $200 \mu\mu$ から 0 までの範囲を、精度高く、容易に変化の状態を追跡測定出来る機能のものであるとともに、ヒズミと脈理、あるいはコードとを識別でき、しかもそれらの現わす光路差の正負を判然とさせる性能のものを要求したい。

これに対応して筆者は明るい彩色偏光を用い、直交鋭敏色調板（以下直交色調板と言う）と回転コンペンセーター（以下コンペンセーターと言う）の組合せをもって微量の光路差変化を、平坦な光路差を持つ複屈折体について感度が約 $\pm 0.12 \sim 0.13 \mu\mu$ の測定装置を案出⁶⁾ 自作してガラス熱処理研究に引き続き使用し、おおむね目的を達している。以下これについて報告したい。

2. 装置の構成

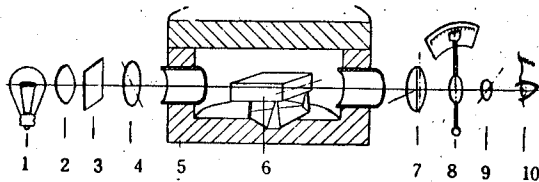


Fig. 1(a) Arrangement of the optical elements.

1. Light source, incandescent lamp.
2. Condenser.
3. Ground glass.
4. Polarizer.
5. Furnace.
6. Specimen.
7. Cross tint plate.
8. Turn compensator with pointer and graduated plate.
9. Analyser.
10. Observer.

第1(a)図に示すごとく、光線は光源から集光レンズ、スリガラス板、偏光子、内部に試料を置いた光線通過穴のある試料加熱用電気炉、直交色調板、回転角度を示す指針と目盛板および回転用取手の付いたコンペンセーター、検光子の順に通過するよう組立てられ、試料の測定せられる部分の彩色が、直交色調板の比色域において色差が認められぬ状態になるところのコンペンセーター回転角度から、試料の光路差が精密に知られる一種の彩色偏光光路差計に試料加熱炉を備えたものである。なお光

学系要素を詳述すると、光源は100ワットの普通白熱電球、偏光子と検光子とは直交状態に三菱ダイクロームを用い、その振動面を水平から45度傾けて固定、直交色調板（構造後述）はその比色界線が視野中央にあつて観測者に鮮明に見える状態に固定、試料は主応力の方向を水平に置き、その測定せられる部分が比色界線で等分せられるように位置する。コンペンセーターは光線進行方向の垂直面を、 ± 45 度角回転する構造で+あるいは-に45度角回転せられるときは、これと、試料と、直交色調板それぞれの分波光線の振動方向が完全に一致するよう組み立てられてある。そうしてコンペンセーターの分波光線が偏光子の振動面に一致するときは目盛板中央の零点に指針が一致する。なお数個の直接消却板を別に備えて、これを単独または組合せてそ入し、コンペンセーター固有光路差の値を越える光路差をあらかじめ直接消却法を併用して測定範囲を拡大した。

コンペンセーター、直交色調板および直接消却板はいずれも白雲母のへき開面に並行して所要の光路差を起す均等な厚さに薄はぎしたものを、2枚のガラス板ではさみ固着したものである。しかしそのうち、直交色調板は、鋭敏色を現わす光路差の板を作り、その分波光線の振動方向の一つに並行して2片に切断し、その1片を切断線に対して直角方向に再び切断し、この切断線に最初の1片の切断線を突き合わせて第1(b)図にX', Z'で

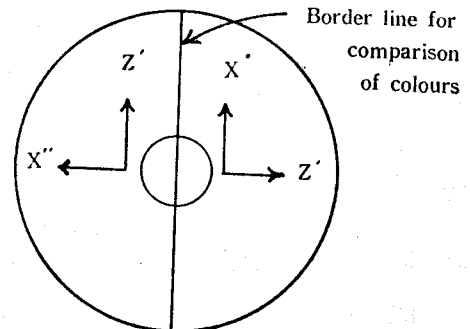


Fig. 1(b) Jointing of the cross sensitive tint plate.

振動方向を示したようにしたもので、この接合線が比色界線になる。

以上のごとく組立てた光学系を検光子を通して観測すると、コンペンセーターの指針を0度に合わせた場合は視野は暗黒である。これに直交色調板をそ入すると比

色両域は等しい鋭敏色を呈する。そうしてコンベンセーターを一方方向に回転すると比色両域は赤系と青系の彩色が現われる。逆方向に回転すると彩色は逆になる。指針を0に合わせ、試料をそう入すると、その光路差分布に応じた彩色が比色域に対照して現われる。この場合コンベンセーターを回転すると鋭敏に変色するが比色両域が等しい彩色を呈する回転角度がある。この回転角度と後述する10式から作製した回転角度対試料光路差の図表、または11, 12式から試料の光路差が求められる。

3. 測定理論

視野に現われる彩色の比較を取扱う関係上簡潔な説明がむずかしいので、順序として白色光中のある1コの波長光線について一連の説明を行い、応じて白色光について述べ、続いて白色光源による場合に生じる相対的色差の状態を色差に関する MacAdam's Ellipse⁹⁾によって説明したい。

この装置の組合せ通り、偏光子と検光子との振動面が直交する間に、試料とコンベンセーターとの2個の複屈折体をそう入した場合、これらを通過する偏光のベクトル図を示すと第2図のごとくである。

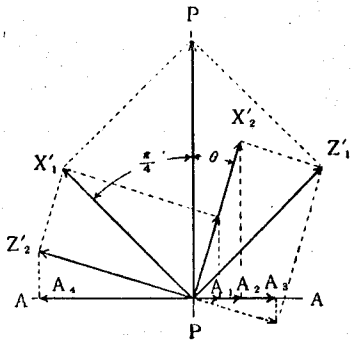


Fig. 2. Vector diagram of the polarised light passed through the crossed polariscope containing No. 1 and No. 2 birefringences. PP and AA are the oscillating planes of the polarizer and the analyser respectively.

図中PPは偏光子の、AAは検光子の、それぞれの光線振動面、X₁, Z₁は試料の、X₂, Z₂はコンベンセーターの、それぞれの分波光線振動方向であって、X₁

の方位角はPPに対し $\frac{\pi}{4}$ に固定し、X₂の方位角はX₁に対し相減状態においてPPから任意の角θにある。もちろん各々のX'とZ'のはさむ角は $\frac{\pi}{2}$ である。偏光子から投射する光線は、試料通過に際してX₁およびZ₁に分波し、それらの分波光線がコンベンセーター通過に際して各々再びX₂およびZ₂に分波し、それらが検光子振動面に投射する合成振幅(R)は、

$$R = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3 + \bar{A}_4 \dots \dots \dots (1)$$

である。

光路差δ₁の直交色調板は、その分波振動方向を試料のそれと完全に並行してそう入せられるから、試料の光路差をδ₁とすれば両者の合成光路差は直交色調板比色域の一方においてはδ₁+δ₁、他の側においてはδ₁-δ₁になり、両者値を異にする各々1コの複屈折体として取扱い得る。したがって1式のRはδ₁+δ₁側をR₊、δ₁-δ₁側をR₋とした二系統の光線が対照的に進行して検光子投射面に投射せられ比色域で比色せられる状態で視野に現われる。

偏光子から試料に入射する光線をE cos ωtとし、Z'方向の分波光線が複屈折体通過中に遅れるとした場合の比色両域に現われる光線の振幅は、

$$R_{\pm} = E / \sqrt{2} \left[\sin^2 2\theta \cos(\varphi_1 \pm \varphi_1) (1 - \cos \varphi_2) - \sin 2\theta \sin(\varphi_1 \pm \varphi_1) \sin \varphi_2 + 1 - \cos(\varphi_1 \pm \varphi_1) \right]^{1/2} \cos(\omega t' - \alpha_{\pm}) \dots \dots \dots (2)$$

$$\alpha_{\pm} = \tan^{-1} \frac{\sin^2 \theta \sin A \cos \varphi_1 + \cos^2 \theta \sin A \cos \varphi_2 - \sin \theta \cos \theta \cos A (1 - \cos \varphi_1)}{\sin \theta \cos \theta \cos A \sin \varphi_1} \dots \dots \dots (3)$$

ただし、 $A = \frac{\varphi_1 \pm \varphi_1}{2}$

である。式中φ₁, φ₂およびφ₁はδ₁, δ₁およびコンベンセーターの光路差(δ₂)を位相差に換算した値である。

2式を各要素各々に関する光線に分解すると、試料に関するもの、

$$R_1 = E \sin \frac{\varphi_1}{2} \cos \frac{\varphi_1}{2} (1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\varphi_2}{2})^{1/2} \sin(\omega t' - \beta) \dots \dots \dots (4)$$

直交色調板に関するもの、

$$R_{\pm} = \pm E \cos \frac{\varphi_1}{2} \sin \frac{\varphi_1}{2} \left(1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\varphi_2}{2}\right)^{1/2} \sin(\omega t' - \beta) \dots\dots\dots(5)$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\cos^2 \theta \sin \varphi_2}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \cos \varphi_2} \dots\dots\dots(6)$$

コンベンセーターに関するもの,

$$R_2 = -E \sin 2\theta \cos A \sin \frac{\varphi_2}{2} \sin\left(\omega t' - \frac{\varphi_2}{2}\right) \dots\dots\dots(7)$$

となる。

そして、検光子を通過する光線の強さ (I_{\pm}) は、

$$I_{\pm} = \frac{1}{2} E^2 \left\{ \sin^2 2\theta \cos(\varphi_1 \pm \varphi_2) (1 - \cos \varphi_2) - \sin 2\theta \sin(\varphi_1 \pm \varphi_2) \sin \varphi_2 + 1 - \cos(\varphi_1 \pm \varphi_2) \right\} \dots\dots\dots(8)$$

8式について、光源波長を直交色調板の暗干渉波長に一致する場合を考えると、 $\varphi_1 = 0$ となる。そしてこの場合、 $\frac{dI_{\pm}}{d\varphi_1} = 0$ における値は、

$$\sin^2 2\theta \sin \varphi_1 (1 - \cos \varphi_2) + \sin 2\theta \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 = 0 \dots\dots\dots(9)$$

であって、+-両側はともに値等しく、最小光の状態である回転角 θ にあることを示す。そして9式から、

$$\sin 2\theta = \frac{\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - (\cos^2 \varphi_1 \sin^2 \varphi_2 + 4 \sin^2 \varphi_1)}{-2 \sin \varphi_1 (1 - \cos \varphi_2)} \dots\dots\dots(10)$$

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \frac{\sin 2\theta \sin \varphi_2}{1 - \sin^2 2\theta (1 - \cos \varphi_2)} \dots\dots\dots(11)$$

$$\delta_1 = \lambda_0 \frac{\varphi_1}{2\pi}, \quad \delta_2 = \lambda_0 \frac{\varphi_2}{2\pi} \dots\dots\dots(12)$$

ただし、 λ_0 は色調板暗干渉波長 ($m\mu$)

が得られて、 δ_1, δ_2 および θ の関係が明らかになる。直交色調板暗干渉波長である単色光については上述のごとくであるが、これらの式は白色光源においても δ_2 がある限界内にある場合は高精度の近似式である。この理由の説明に関連して少し補足説明して置きたい。

かりに、 $\delta_1 = 25.5 m\mu, \delta_2 = 51 m\mu, \delta_1 = 572 m\mu, \lambda_0 = 572 m\mu$ の値を 12, 10式に与えて $\sin 2\theta$ を求め、2ないし7式によって得た結果をベクトル図で示すと第3図のごとくであって、比色両域は相等しい。

しかし、直交色調板暗干渉波長の光線以外の光線については次第に異ってくる。その一例として、 λ_0 を $500 m\mu$ に置きかえて他の値を第3図のままにすると第4図に示すごとくなる。線図 a は+側、同 b は-側であ

って、 β と $\frac{\varphi_2}{2}$ を除いた他の数値は両側間に差が生じ

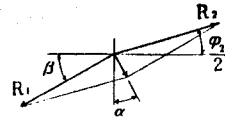


Fig. 3. Vector diagram of the projected light on the analyser oscillation plane, under the condition of $\lambda = 572 m\mu$ and $I_+ = I_-$. Values of the vectors were calculated with equations 2~7, 10 and 12:-
 $R_1 = 0.138, R_2 = -0.142, R_{\pm} = 0.034,$
 $\alpha_{\pm} = 29.59, \beta = 29.86^\circ, \varphi_2/2 = 16.05^\circ.$

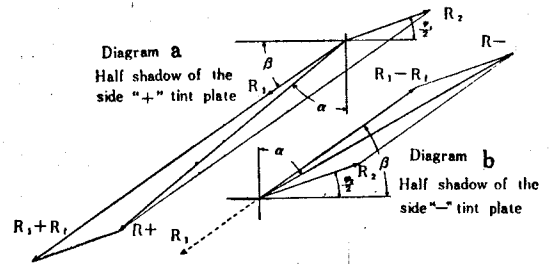


Fig. 4. Vector diagram when λ was shifted to $500 m\mu$ and θ was fixed as that of Fig. 3. Values of the vectors were as follows,
 $R_1 = 0.142, R_1 + R_2 = 0.568, R_1 - R_2 = -0.284,$
 $R_{2+} = -0.134, R_{2-} = -0.157, R_+ = 0.439,$
 $R_- = -0.436,$
 $\alpha_+ = 51.05^\circ, \alpha_- = 61.42^\circ, \beta = 34.20^\circ.$

$I_+ > I_-$ の状態となる。直交色調板の暗干渉波長光線を境としての両側すべての波長光線についてはおおむねこのようになる。

また、図で明らかのように

$$R_2 \sin\left(\beta - \frac{\varphi_2}{2}\right) \dots\dots\dots(13)$$

がベクトル差で生じる漏洩光線であって、白色光源の場合後述する座標変位を起し、色度の純度を低下させる。

また、

$$R_2 \cos\left(\beta - \frac{\varphi_2}{2}\right) \dots\dots\dots(14)$$

は試料の位相差を消却するコンベンセーターの有効値である。

なお、8式は、 $\theta = \frac{\pi}{4}$ の場合において、

$$I_{\pm} = E^2 \sin^2 \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \varphi_2}{2} \dots\dots\dots(15)$$

になって周知の式に一致し、直接消却法の式となる。

$\phi_1 = \phi_2$ である場合は ϕ_1 だけによる明るさとなり、白色光源の場合においては、比色両域は等しい色調板固有の鋭敏色を呈する。

さて、10, 11式の関係白色光源における場合に用いると、さきに述べた $I_+ > I_-$ に基づいて比色域の+側と-側との間に色差が起ることになる。この色差の状態を相対的に明らかにするために、実際に近い要素の値、

コンベンセーターの光路差は、25, 51, 75 および 101 $m\mu$ の4種につき、

直交色調板の光路差を、鋭敏色を現わす 572 $m\mu$ 、標準照明に白熱電灯で得られる“A”，

試料の光路差は $\delta_1 = \delta_2/2$ の場合を採って θ を 10式から求め、そうして可視領域波長 380 $m\mu$ から 780 $m\mu$ の間を 5 $m\mu$ 間隔の各波長について 8式から各波長光線

の強さ ($I_{\lambda \pm}$) を算出し、C. I. E. の三刺激値の式、⁷⁾

$$\begin{aligned} X &= \sum_{\lambda=380}^{\lambda=780} E_{\lambda} \bar{x}_{\lambda} I_{\lambda \pm} \\ Y &= \sum_{\lambda=380}^{\lambda=780} E_{\lambda} \bar{y}_{\lambda} I_{\lambda \pm} \\ Z &= \sum_{\lambda=380}^{\lambda=780} E_{\lambda} \bar{z}_{\lambda} I_{\lambda \pm} \end{aligned} \dots\dots\dots(16)$$

と、色度座標の式、⁷⁾

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}, \quad y = \frac{Y}{X+Y+Z} \dots\dots\dots(17)$$

を使って色度座標を算出し、なお基盤として、光路差が変化したときの色度座標軌跡を知るために、光路差が 582, 574, 572, 570, および 562 $m\mu$ である場合の座標を上記同様に求めた。これらから得た数値は第1表のとおりであって、C. I. E. 色度図上に現わすと第5図のごとくなる。

Table 1. Values of the coordinate.

| A). Ref. to fig. 5 and 6 : | | x | | y | |
|--|-----------------------------|---------|--------|---------|--------|
| δ_2 | δ_1 | (+) | (-) | (+) | (-) |
| 25 $m\mu$, | 12.5 $m\mu$, at θ , | .26617, | .26621 | .16409, | .16409 |
| 51 " | 25.5 " " " | .26726, | .26756 | .16643, | .16645 |
| 75 " | 37.5 " " " | .27156, | .27248 | .17506, | .17533 |
| 101 " | 50.1 " " " | .28297, | .28522 | .19678, | .19861 |
| Path difference, | | | | | |
| 582 $m\mu$, | | .22318 | | .17133 | |
| 574 " | | .25641 | | .16455 | |
| 572 " | | .26611 | | .16395 | |
| 570 " | | .27656 | | .16371 | |
| 562 " | | .32116 | | .16854 | |
| B). Ref. to fig. 7 : | | | | | |
| $\theta + 0.1^\circ$ on $\delta_2 = 51 m\mu$, | | .26801, | .26683 | .16643, | .16649 |
| $\theta - 0.1^\circ$ " " " | | .26650, | .26830 | .16644, | .16640 |

図中4コの小円内の2点が4種のコンベンセーター各々の、 $\delta_1/\delta_2 = 0.5$ および 10式による θ における比色両域の色度座標であって、円内2点の隔たりが $I_+ > I_-$ に基く相対的色差である。また点と線で示した曲線は 562 ~ 582 $m\mu$ の光路差による彩色軌跡である。この曲線の破線延長部分は Wright⁸⁾ の観測色軌跡図を参考にして外そうした。

比色両域に現われる彩色の色度座標は色調板の光路差 572 $m\mu$ に当る座標から光源の座標に向う方向に、コンベンセーターの光路差増大に関連して偏移が大きくなる。この偏移は、 $\delta_1 = 0$ の場合、 $\theta = 0$ となり δ_2 の影響なく偏移零である。 $\delta_1 = \delta_2$ の場合、 $\theta = \frac{\pi}{4}$ となり直接消却法に一致して偏移零である。比率が約0.7の場合に最大になり、その他の比率においては零と最大との間

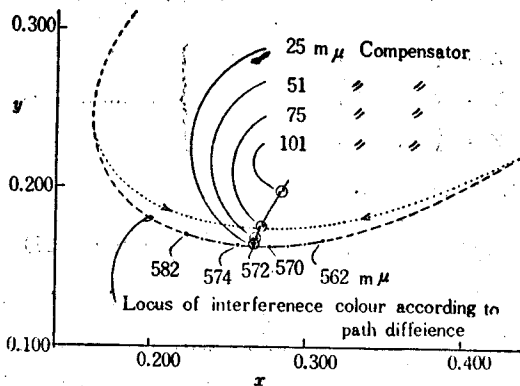


Fig. 5. The coordinates of colours shown on C.I.E. chromatic diagram.

にある。これらの数値は後述第2表の $y-y_{572}$ に示すとおりである。

θ 以外の任意の回転角度 (θ') における比色両域の彩色は、 $\theta' = 0$ においては比色両域の+側は $\delta_1 + \delta_1$ 、-側は $\delta_1 - \delta_1$ のそれぞれに相当する彩色軌跡上の2点にある。 $\theta' = \frac{\pi}{4}$ においては、+側は $\delta_1 + \delta_1 - \delta_2$ 、-側は $\delta_1 - \delta_1 + \delta_2$ に相当する上記と反対がわの彩色軌跡上の2点にある。 θ' が零から $\frac{\pi}{4}$ に向って回転する場合比色両域に現われる彩色は、上述の $\theta' = 0$ における+側-側各々の座標から出発して相接近する方向に移動して彩色が変化する。しかしこの場合13式によるベクトル差で生じる漏洩光線の混入によって上述の彩色軌跡から光源の座標に偏した経路(第5図中75 m μ コンベンセーターについて点線にて示した)を採る。 θ' の進行とともに+-の色度座標がすれ違い状態になると両者最も接近し、以後相反する方向に進み終局は上述した $\theta' = \frac{\pi}{4}$ における各々の座標に到達する。第5図は $\delta_1/\delta_2 = 0.5$ の場合であるから起点と終点とは等しいけれども、任意の δ_1/δ_2 の場合は $\delta_2 - \delta_1$ の大きさにしたがってそれが異なる。

第5図の要所を拡大し+側座標を Macadam の長円の中心に置いて作図すると第6図のごとくなる。この場合長円内の色差は識別できぬものと認められている。

図において51 m μ 以下のコンベンセーターは+-両座標が長円内において接近して存在し等色と言えらる状態である。75 m μ のものは-座標が長円外周に接した外側にありはば等色と言えらる。しかし101 m μ のものは-座

標が遠く離れて色差のあることを示す。

最大偏移における+-両座標の最大隔たりによる影響

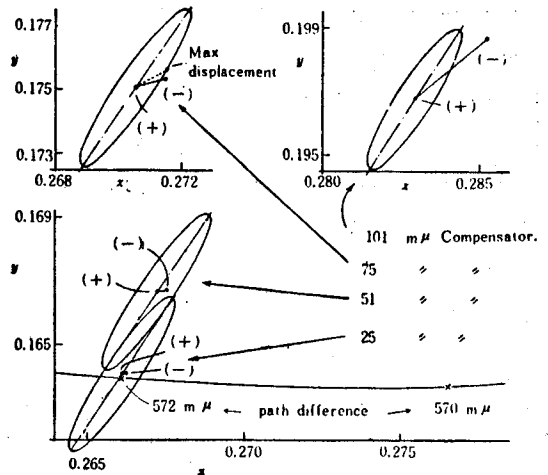


Fig. 6. Chromaticity difference which is enlarged of fig. 5 by trimming and contrasted with Mac Adam's ellipse.

を確かめるために、代表として75 m μ コンベンセーターのものについて点線をもって連れた最大偏位の場合の-座標を併記した。これによって75 m μ 以下のコンベンセーターについても、最大偏位の場合において、上述の判定に影響しないことがわかる。

以上の状態から、75 m μ 以下のコンベンセーターを用いる場合は、さきに述べた θ , φ_1 および φ_2 の関係式、10, 11式が精度の高い近似式として用いることができる。

4. 10式を白色光源の場合に用いる偏差

コンベンセーターの光路差を75 m μ 以下にする場合は、白色光源においても色差が判別できない回転角度 (θ) をもって φ_1 と φ_2 の関係が前項で述べたごとく10式によって近似的に与えられるけれども、第6図に示したごとく、+側と-側との座標に隔たりがあつて完全な等色状態ではない。ここで考えられることは、コンベンセーターの回転を増すことにより前述のごとく+-両座標がすれ違う際色度図上最も近似した彩色を呈する回転角度がある。ここでなお考えられることは、この検討に対する色度図上の限定された狭い面積上における+-両座標の移動方向を第5および第6図から見て、x軸

に対し並行であると見なし得るところから、MacAdam 長円の長軸中心線上に両座標が乗るとき彩色のほぼ最近似点であると言ひ得る。また測定に際して長円内域の両端間を往復回転できるとすれば、その中央に相当する上述の回転角度を読み取る可能性が強い。したがって第6図において+-座標の隔たりを生じた 10 式の θ に Δ 角増加した $\theta + \Delta$ 角が上述の回転角度であつてほぼ等色位でありほぼ測定位であると言える。そして Δ 角が白色光源に 10 式あるいは 11 式を用いる場合の偏差であると言える。

第7図は第6図の形をこの偏差説明用に画いたもので

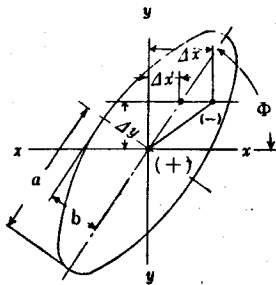


Fig. 7. Ref. to deviation.

+座標を MacAdam の長円中心に置き、10式による θ に関連した-座標を (-) をもつて示し、+-の両座標の隔たりを x 軸において Δx , y 軸において Δy とした。

今コンペンセーターの回転角度を Δ 増加すると、両

座標は相接近する方向に各々 $\frac{1}{2} (\Delta x - \Delta x')$ ずつ移動して〔この際長円は+座標とともに動く〕両座標が長円長軸中心線に乗る。上述の $\theta + \Delta$ の状態である。図で明らかごとく、

$$\Delta x' = \Delta y \cot \phi \dots\dots\dots(18)$$

ただし、 ϕ は MacAdam の長円式⁹⁾ によつて知る。

そして、51 m μ コンペンセーターについて、0.1度移動した場合の相対的座標変位は第1表下欄に記載した x 軸座標値から平均 0.00149 である。この値は 25, および 75 m μ のものに対し、それぞれ、51/25, 51/75 の比例係数を乗じて得た値と大差ない。また+-座標の移動は前に述べたごとく x 軸に並行するとみなすと 10 式の偏差は、

$$\Delta = 33.5 (\Delta x - \Delta x') \cdot B \dots\dots\dots(19)$$

ただし、 B は比例係数で 51 m μ コンペンセーターに対し 1, 25 m μ , 75 m μ のものに対しそれぞれ 51/25, 51/75。この偏差の大きさを δ_1/δ_2 の任意の状態について知るために、

- (1) y 軸における+-両座標の平均座標位 (y),
- (2) 直交色調板光路差の y 軸座標位 (y_{572}) から (1) の y 軸偏位置 ($y - y_{572}$),
- (3) +-両座標 y 軸の隔たり (Δy),
- (4) +-両座標 x 軸の隔たり (Δx),

のすべてが、 λ および λ が 9 式を与えた条件において、13式の示す漏えい光線の強さに左右されるものとして、

Table 2. Coordinates of various conditions, $\times 10^{-5}$.

| Compensator | | δ_1/δ_2 | | | | | | | | | | |
|---------------|---------------|---------------------|-----|-----|-----|------|------|---------------------------|------|------|-----|----------|
| | | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | At I ₀ max. | .7 | .8 | .9 | 0 1.0 |
| 25 m μ | $y - y_{572}$ | 1 | 3 | 6 | 10 | 14 | 18 | 19 | 19 | 17 | 11 | 0 |
| | Δx | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 0 |
| | Δy | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 51 m μ | $y - y_{572}$ | 14 | 54 | 113 | 182 | 249 | 299 | 317 | 316 | 284 | 182 | 0 |
| | Δx | 4 | 10 | 17 | 24 | 30 | 34 | 36 | 36 | 33 | 24 | 0 |
| | Δy | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 0 |
| 75 m μ | $y - y_{572}$ | 67 | 256 | 532 | 842 | 1125 | 1316 | 1362 | 1355 | 1184 | 748 | 0 |
| | Δx | 12 | 31 | 54 | 74 | 91 | 102 | 110 | 104 | 95 | 68 | 0 |
| | Δy | 0 | 2 | 5 | 14 | 27 | 42 | 56 | 45 | 31 | 10 | 0 |

第1表の値を基とした数コの近似式を作り、それらの式の再現性が75 mμ以下のコンベンセーターに対して、偏差ならびに後述する感度の審議に影響しない僅少誤差であることから、各コンベンセーターのδ₁/δ₂比率が0~1.0までについて上記(2)~(4)の相対的座標差

を算出した。その結果を表示すると第2表のごとくである。

第2表の値と18, 19式によって算出した10式によるθの偏差は第3表に示す通り微小角度であって、読取り角度に対し無視できる程度である。

Table 3. The deviation of the θ calculated from equation 10, in degree×10⁻³.

| Compensator | δ ₁ /δ ₂ | | | | | | | | | |
|-------------|--------------------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | 0 1.0 |
| 25 mμ | 0 | -1 | -2 | -2 | -3 | -3 | -3 | -3 | -2 | 0 |
| 51 mμ | -1 | -3 | -6 | -8 | -10 | -11 | -11 | -11 | -8 | 0 |
| 75 mμ | -3 | -7 | -12 | -15 | -17 | -17 | -17 | -17 | -14 | 0 |

5. 感度

第8図は前図同様に画いたものであるが、一座標が+座標からΔy離れてx軸に並行してA-C-D間を移動

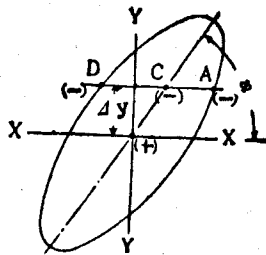


Fig. 8. Ref. to sensitivity.

する状態を示した。そして偏差が前述のごとく無視できるとの考えの基に、比色両域の彩色が最近似するところのC点に一座標がある場合から、色差の識別が可能になる長円周辺上のDまたはA点に至る距離の大きさが感度であると言える。

このCA, CDの距離は長円式から誘導した次式で得られる。

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CD}} = \frac{\pm b^2 \Delta y \tan \phi + ab (a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi - \Delta y^2)^{1/2}}{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi} \dots \dots \dots (20)$$

そして、第5図の彩色軌跡上にある570 mμと574 mμ 両座標のx軸上の間隔から、光路差1 mμについて座標値0.005であるからCA, CDを光路差に換

算できる。

またこれをコンベンセーターの回転角度で表わすには、51 mμ コンベンセーターについて、x軸を座標が移動する距離が前述のごとくであるからCA, CDを角度に換算できる。そうして11式から誘導した次式の傾斜率を、δ₁/δ₂=0.5の場合を1として任意のδ₁/δ₂に対する不感回転角度も計算できる。他のコンベンセーターに対しては19式に使った比例係数(B)を入れる。

$$\frac{d\theta}{d\delta_1} = C \frac{2 \sin \phi_2 \cos 2\theta \{1 + (1 - \cos \phi_2) \sin^2 2\theta\}}{\sin \phi_2 \sin^2 2\theta + \{1 + (1 - \cos \phi_2) \sin 2\theta\}^2} \dots \dots \dots (21)$$

ただし、C = 572/360, またこの式を誘導するのに用いた

11式中のsin 2θは近似式であるところの22式(後記)を代入した。

以上の計算式によって得た2様の感度は第4表に示したごとく、光路差感度はMacAdamの長円形によって決まり、75 mμ以下のコンベンセーター全体を通じて±0.12~0.13 mμであって、ほぼ一定である。しかし、不感回転角度はコンベンセーターの光路差に逆比例するとともに、θ対δ₁の傾斜率に応じて増大し、θ = π/4において無限大となる。この感度はθを読み取る最小目盛および回転機構の適否を決定する。

便宜上計算に代用した、10式の近似式は、

$$\sin 2\theta = \frac{\sin \phi_1}{\sin \phi_2} \dots \dots \dots (22)$$

である。この式は10式を簡単化するために根拠なく適当な数値を分子に乗じて得たものであって、この式の偏

Table 4. The sensitivities.

| δ_1/δ_2 | | 0 | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | 1.0 |
|---------------------|---------------|-----------|-----|-----|-----------|---------------------|---------------------|-----------|-----------|---------------------|-----------|------|
| 25 m μ | In m μ | $\pm .12$ | ← " | ← " | ← " | ← " | ← " | ← " | ← " | ← " | ← " | ← " |
| | In turn angle | $\pm .07$ | ← " | ← " | $\pm .08$ | ← " | $\pm .09$ | ← " | $\pm .11$ | $\pm .13$ | $\pm .19$ | inf. |
| 51 m μ | In m μ | $\pm .12$ | ← " | ← " | ← " | ← " | $\pm .13$ $-.12$ | ← " | ← " | ← " | $\pm .12$ | ← " |
| | In turn angle | $\pm .04$ | ← " | ← " | ← " | ← " | ← " | $\pm .05$ | ← " | $\pm .07$ $-.06$ | $\pm .09$ | inf. |
| 75 m μ | In m μ | $\pm .12$ | ← " | ← " | ← " | $\pm .13$ $-.12$ | ← " | ← " | ← " | ← " | $\pm .12$ | ← " |
| | In turn angle | $\pm .03$ | ← " | ← " | ← " | ← " | ← " | ← " | ← " | $\pm .04$ | $\pm .06$ | inf. |

差は第5表に示したごとく画線上部は10式よりも偏差が小さい。しかし画線下部は急激に偏差が増大する。しかし厳密を必要とせぬ場合便利な近似式である。

Table 5. The deviation of the θ calculated from equation 22, in degree $\times 10^{-3}$.

| δ_1/δ_2 | | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | 0. 1.0 |
|---------------------|---------|----|----|-----|-----|------|------|------|------|------|-----------|
| 25 | m μ | 0 | 0 | -1 | -1 | -1 | +1 | +2 | +4 | +5 | 0 |
| 51 | m μ | 0 | 0 | +3 | +7 | +30 | +52 | +75 | +95 | +98 | 0 |
| 75 | m μ | 0 | +8 | +38 | +98 | +181 | +284 | +388 | +459 | +455 | 0 |

6. 実験とその考察

実験の標準光路差を得るために、よく熱処理した優良、無ヒズミの光学ガラスをもって断面 1 cm²、有効長さ 11 cm の角柱を造り、それを縦につるし、その下端に重錘を掛けるとその重力に応じて角柱の中央部に一様のヒズミが発生する装置を用意した。そうしてナトリウム光源を用いた Sénarmont 光路差測定法に本報告装置の直交色調板を半影板として用い、種々の重力に対して起る光路差から角柱ガラスの複屈折を測定した。なお Chauvin¹⁰⁾ の $\lambda/2$ 板半影法を用い測定値の確認を行った。この結果、角柱ガラスの複屈折は 1kg/cm² の張力につき、2.825 m μ /cm であった。

本報告装置には、25.1 m μ 、51.2 m μ および 77.1 m μ の3種のコンペンセーターを用いて、上記標準光路差発生装置が重力に応じて起す光路差に対する θ を測定した。いずれの測定にも最小目盛は副尺を用い 0.1 度

であるが 0.05 度を推定読取りできる直接回転式コンペンセーターである。この読取り構造は 25 m μ コンペンセーター用として作ったもので、他のものに対し微動調整がやや困難であった。

この実験で得た θ を 11 式に与えて測定から得た光路差を求め、他方上記複屈折と重力とから標準光路差を求めた結果は、第6表に示した通りであって、25.1 m μ および 51.2 m μ コンペンセーターについては第4表の感度より高精度の測定ができた。これはコンペンセーターを往復回転して色差識別不可能域の中間位を求めた結果であると考えられる。77.1 m μ のコンペンセーターについては誤差の一部は感度を超過した。これは不感回転角度が狭いのと微動調整が困難であったことに基因したと考える。

Table 6. Results of experiment.

25.1 m μ compensator.

| | | | | | | | |
|---|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | Measured value, in m μ | 6.75 | 11.59 | 15.68 | 18.19 | 21.26 | 24.54 |
| 2 | Standard value, " | 6.72 | 11.61 | 15.68 | 18.23 | 21.22 | 24.56 |
| 3 | Error, " | +0.03 | -0.02 | 0 | -0.04 | +0.04 | -0.02 |

51.2 m μ compensator.

| | | | | | | | | |
|---|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | Measured value, in m μ | 6.76 | 13.44 | 22.23 | 30.54 | 37.33 | 43.71 | 48.53 |
| 2 | Standard value, " | 6.72 | 13.34 | 22.29 | 30.64 | 37.35 | 43.68 | 48.57 |
| 3 | Error, " | +0.04 | +0.10 | -0.06 | -0.10 | -0.02 | +0.03 | -0.04 |

77.1 m μ compensator.

| | | | | | | | | |
|---|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | Measured value, in m μ | 6.79 | 15.82 | 30.63 | 39.32 | 48.57 | 55.22 | 67.18 |
| 2 | Standard value, " | 6.72 | 15.68 | 30.73 | 39.36 | 48.57 | 55.00 | 67.30 |
| 3 | Error, " | +0.07 | +0.14 | -0.10 | -0.04 | 0 | +0.22 | -0.12 |

Column 1. Calculated by equation 11 with θ measured.

" 2. Calculated from the birefringence of the glass and the load.

" 3. 1 minus 2.

以上をまとめると、約 50 m μ 以下のコンペンセーターについては、実験に用いた回転角度読取り機構によって測定精度が第4表に示した感度内にあると言える。コンペンセーターの光路差が約 75 m μ になると微動かつ微角度読取り機構が必要である。

なお、直交色調板の光路差は比色両域完全に等しいことが必要であるが、本報告に用いた 572 m μ に対し約 5 m μ の相違、または、光源電圧が規格の 100V に対し 90~105V の範囲は感度に影響が認められない。

7. 総括

1). 熱間におけるガラス内部ヒズミ減衰測定装置に対し、まえがきにおいて述べた筆者の要望は、ほぼ満たされた。

2). コンペンセーターの光路差が約 75 m μ 以下の場合、直交色調板の暗干渉波長光線における、 δ_2 , δ_1 および比色域が等しい明度になる θ との関係式、10~12式は、白色光源における、 δ_2 , δ_1 および比色域が等色を呈する θ との関係に対し高精度の近似式である。また 22 式は厳密を必要とせぬ場合の簡便な近似式であ

る。

3). 計算上の光路差感度は $\pm 0.12 \sim 0.13$ m μ であって、これを不感回転角度に換算すると、 θ が $\frac{\pi}{4}$ に接近するとき急激に拡大し、 $\frac{\pi}{4}$ において無限大になる。また、 δ_2 の大きさに逆比例して拡大する。

4). 不感回転角度範囲の中間点が測定できる目盛と、適切に反転微動ができる機構を備えた場合に測定精度が高い。

5). 光路差分布が均等な光路差について測定実験の結果、光路差が約 50 m μ 以下のコンペンセーターについての測定誤差は、上記感度以内であると言える。そうして、本報告の装置に用いるコンペンセーターの光路差は、明度差の影響を考慮に入れて、高精度の測定を容易にするために、約 50 m μ 以下にすることが適当であることがわかった。

6). 測定範囲を拡大するために、既知光路差の直接消却板を用い、試料の光路差がコンペンセーターの光路差を超過する量を、あらかじめ消却する方法を並用する。

7). 光路差分布の変化が小さい試料に対して精度が高く、光路差分布が均等な場合において最も精度が高い。

逆に光路差分布の変化が大きい場合は比色面積がせばまり、かつ隣接する他の色彩が接近する影響で完全な比色が困難になって精度が落ちる。したがって比色せんとする領域以外の色彩をさえぎるために、測定に際して、比色域のみ観測できるマスクを用いることが望ましい。

参 考 文 献

- 1) 坂田真：大工試季報，1，41 (1950)。
- 2) L. H. Adams and E. D. Williamson: *J. Franklin. Ins.*, 190, 609 (1920)。
- 3) H. R. Lillie: *J. Am. Ceram. Soc.*, 19, 48 (1936)。
- 4) J. Baily and D. R. Sharp: *J. Am. Ceram. Soc.*, 16, 367 (1933)。
- 5) R. W. Goranson and L. H. Adams: *J. Franklin. Ins.*, 216, 475 (1933)。

- 6) 坂田真：日本政府特許，235190。
- 7) 応用物理学会編：“総合応用光学”下巻 112 (昭. 29)。
- 8) W. D. Wright: “The measurement of colour” 196, (Adam Hilger Ltd., 1944)。
- 9) D. L. MacAdam: *J. Optical. Soc. Am.*, 33, 18, (1943)。
- 10) 堀健夫：“物理実験学，第6巻，光学”，310 (河出書房，昭. 14)。

注、比色域の+側と-側との相対的な座標差から10式の偏差と測定感度とを検討するのに対し、座標値を小数点以下5桁の数を用いた。そのために特に波長間隔を細かく、5 m μ の間隔に採って計算し多数合算による誤差の平均化を計った。また乗積末尾の誤差拡大を抑さえるために三角関数は7桁を用いた。